

## CAMPO DE UNA MASA PUNTUAL Y UNA HIPÓTESIS COSMOLÓGICA

### Business equilibrium point in the breeding of the vicuña

Enrique Álvarez Vita \*

#### RESUMEN

Uno de los problemas de la física en la mecánica cuántica y la relatividad general es el de las singularidades. En la electrodinámica cuántica se ha utilizado con éxito el método de la renormalización, el que sin embargo no ha podido aplicarse a la gravedad, un problema que continúa sin resolverse hasta el día de hoy dentro del modelo estándar. En el presente trabajo proponemos que la energía y el potencial de la carga autoinducida de una masa puntual a cierta distancia del campo generado por la masa o partícula, está dada por una función analítica, que conduce a la energía intrínseca de la masa cuando la distancia es nula, de la cual se derivan todas las fuerzas fundamentales de la naturaleza, incluida la gravedad, eliminándose las singularidades en las partículas fundamentales y los agujeros negros. Proponemos un modelo cosmológico de un universo cíclico basado en nuestras ecuaciones y la entropía de la antimateria como la antientropía de la materia y el orden en la naturaleza.

**Palabras clave:** función analítica, potencial newtoniano modificado, métrica de Schwarzschild modificada, universo cíclico, antientropía.

#### ABSTRACT

One of the problems of physics in quantum mechanics and general relativity is that of singularities. In quantum electrodynamics, the renormalization method has been used successfully, but it has not been possible to apply it to gravity, a problem that remains unsolved to this day within the Standard Model. In the present work we propose that the energy and potential of the self-induced charge of a point mass at a certain distance from the field generated by the mass or particle, is given by an analytical function, which leads to the intrinsic energy of the mass when the distance is zero, from which all the fundamental forces of nature are derived, including gravity, eliminating singularities in fundamental particles and black holes. We propose a cosmological model of a cyclic universe based on our equations and the entropy of antimatter as the antientropy of matter and order in nature.

**Keywords:** Fractal sublevels of the quantum vacuum, n – dimensions, virtual antimatter particles, modified Newtonian potential, modified Schwarzschild metric, cyclical universe, antientropy.

\* enriquealvarezvita@gmail.com

## INTRODUCCIÓN

Proponemos que la energía generada por la carga autoinducida de una masa puntual, sea esta una partícula elemental o no, a una distancia de la masa, está dada por la energía intrínseca de la masa y una función analítica que depende de la distancia. Las funciones analíticas desempeñan un rol importante para describir muchos fenómenos de la naturaleza, como veremos más adelante en la hipótesis que planteamos, aplicada a las partículas elementales y los agujeros negros.

Año 7: \$ 48 000

En lo sucesivo manteniendo las proporciones generacionales, descontando la mortalidad natural que se inicia, se obtiene regularmente \$ 60 000 dólares USA anuales, al mantenerse un crecimiento regular del 10% anual, por que se inicia la mortalidad de los primeras generaciones.

### 1. Electrón.

Según nuestra hipótesis, la energía  $U_e$  autoinducida de la carga eléctrica del electrón, considerada como una partícula puntual según el modelo estándar, entre dos distancias  $a$  y  $b$  del electrón, está dada por:

$$U_e = C(f(b) - f(a)) \quad (1.1)$$

Siendo  $C$  una constante por determinar y  $f(a)$  y  $f(b)$  dos funciones analíticas de  $a$  y  $b$  respectivamente. Las características de estas funciones deben coincidir con las observaciones experimentales dentro de ciertos rangos. Sabemos experimentalmente que la energía eléctrica del electrón está dada por la inversa de la distancia, de manera que podemos definirla de la siguiente manera:

$$U_e = C \left( f \left( \frac{\lambda}{b} \right) - f \left( \frac{\lambda}{a} \right) \right) \quad (1.2)$$

Siendo  $\lambda$  una longitud vinculada a la masa del electrón. Podemos elegir un marco de referencia en  $b \rightarrow \infty$  y  $a = r$ , con lo cual tendremos la energía del electrón en  $r$ :

$$U_e = C \left( f \left( \frac{\lambda}{b} \right) - f \left( \frac{\lambda}{r} \right) \right) \quad (1.3)$$

$$b \rightarrow \infty$$

Ahora bien, se ha demostrado experimentalmente que la energía del electrón generada por su carga eléctrica autoinducida en  $r$ , dentro de un rango de distancias relativamente grande, está dada por:

$$U_e \approx \frac{ke^{-2}}{r} \quad (1.4)$$

$$r \gg 0$$

Siendo  $k$  la constante coulombiana y  $e^-$  la carga eléctrica del electrón.

Por otro lado, cuando  $r \rightarrow 0$ , obtenemos la energía intrínseca del electrón  $m_e c^2$ , donde  $m_e$  es la masa del electrón y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío, que se observa experimentalmente. Es decir, se desprende de la ecuación (1.3) que:

$$C = m_e c^2 \quad (1.5)$$

$$f \left( \frac{\lambda}{b} \right) = 1 \quad (1.6)$$
$$b \rightarrow \infty$$

$$f \left( \frac{\lambda}{a} \right) = 0 \quad (1.7)$$
$$a \rightarrow 0$$

De las ecuaciones (1.4), (1.5), (1.6) y (1.7), se concluye que la función analítica más simple que satisface esta condición es la siguiente:

$$U_{e^-} = m_e c^2 \left( 1 - e^{-\frac{\lambda}{r}} \right) \quad (1.8)$$

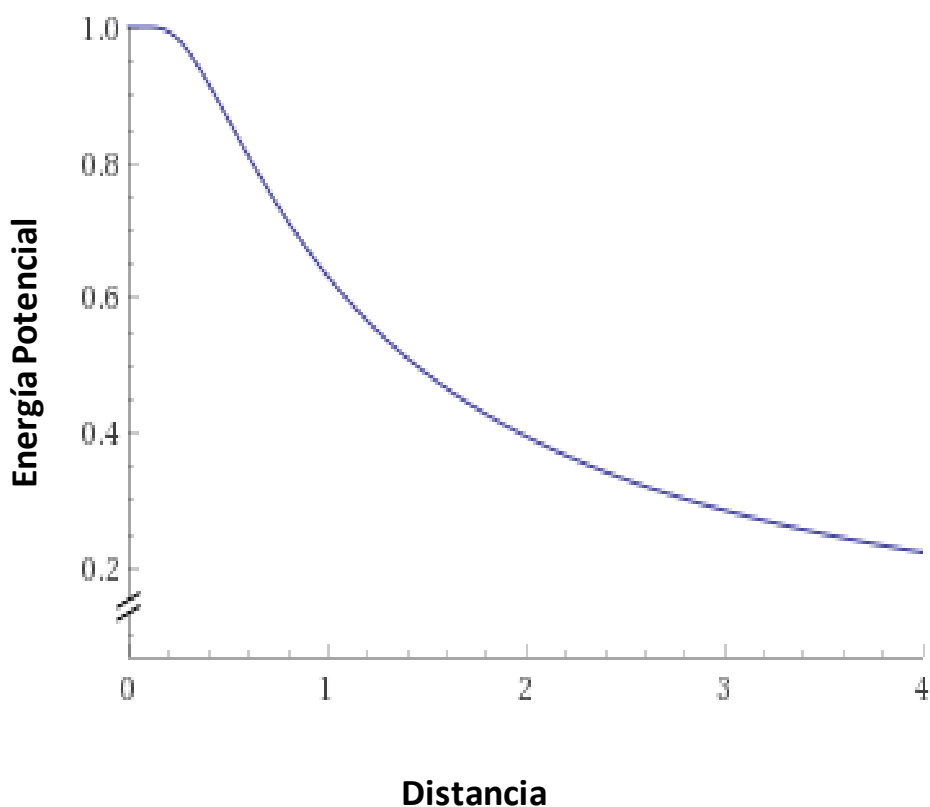
Siendo  $e$  la función exponencial. De (1.4) y (1.8) se deduce que:

$$\lambda = \frac{k e^{-2}}{m_e c^2} \quad (1.9)$$

Reemplazando (1.9) en (1.8) tendremos:

$$U_{e^-} = m_e c^2 \left( 1 - e^{-\frac{k e^{-2}}{m_e c^2 r}} \right) \quad (1.10)$$

Obtenemos así un valor finito para la energía del electrón equivalente a su energía intrínseca sin recurrir al método de la renormalización. La figura 1 representa la gráfica sin escala de la energía autoinducida del electrón en función de la distancia:



**Figura 1. Gráfica de la energía potencial electrostática del electrón en función de la distancia propuesta por nosotros.**

Dividiendo la energía  $U_{e^-}$  entre la carga  $e^-$  obtenemos el potencial eléctrico  $V_{e^-}$  del electrón:

$$V_{e^-} = \frac{m_e c^2}{e^-} \left( 1 - e^{-\frac{k e^{-2}}{m_e c^2 r}} \right) \quad (1.11)$$

Si se trata de una masa esférica  $M$  de radio  $r_0$  y carga  $Q$ , el potencial en coordenadas gaussianas viene dado por:

$$V = \frac{Mc^2}{Q} \left( 1 - e^{-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 Mc^2 r}} \right) \quad (1.12)$$

$$r \geq r_0$$

Siendo  $\epsilon_0$  la constante de permitividad en el vacío. Expandiendo el exponencial y eliminando los términos para distancias relativamente grandes, obtendremos como aproximación el potencial clásico de una masa esférica de carga  $Q$  a una distancia igual o mayor al radio de su superficie esférica:

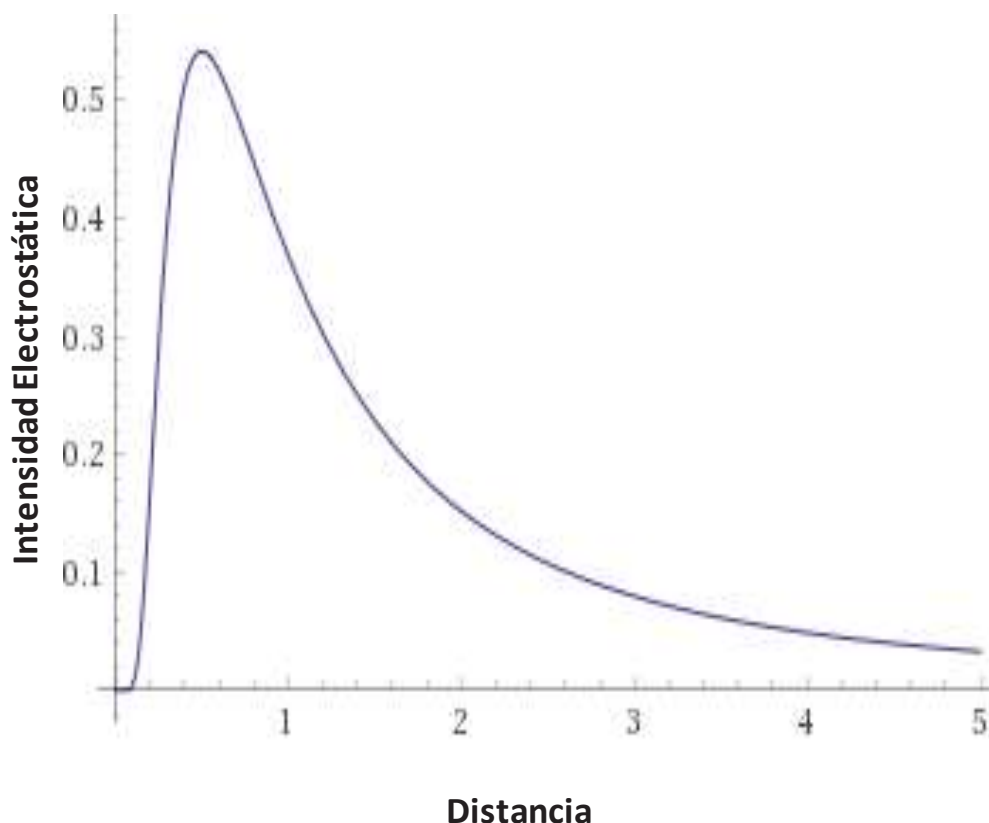
$$V_Q \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1.13)$$

$$r \geq r_0$$

Derivando en función de  $r$  la ecuación (1.11) tendremos la intensidad  $\mathbf{E}_{e^-}$  del campo eléctrico del electrón:

$$\mathbf{E}_{e^-} = \frac{ke^-}{r^2} e^{-\frac{ke^-}{m_e c^2 r}} \mathbf{r} \quad (1.14)$$

Siendo  $\mathbf{r}$  un vector unitario dirigido desde el centro de la partícula, cuya gráfica es la siguiente:



**Figura 2. Gráfica de la intensidad de la fuerza electrostática del electrón en función de la distancia propuesta por nosotros.**

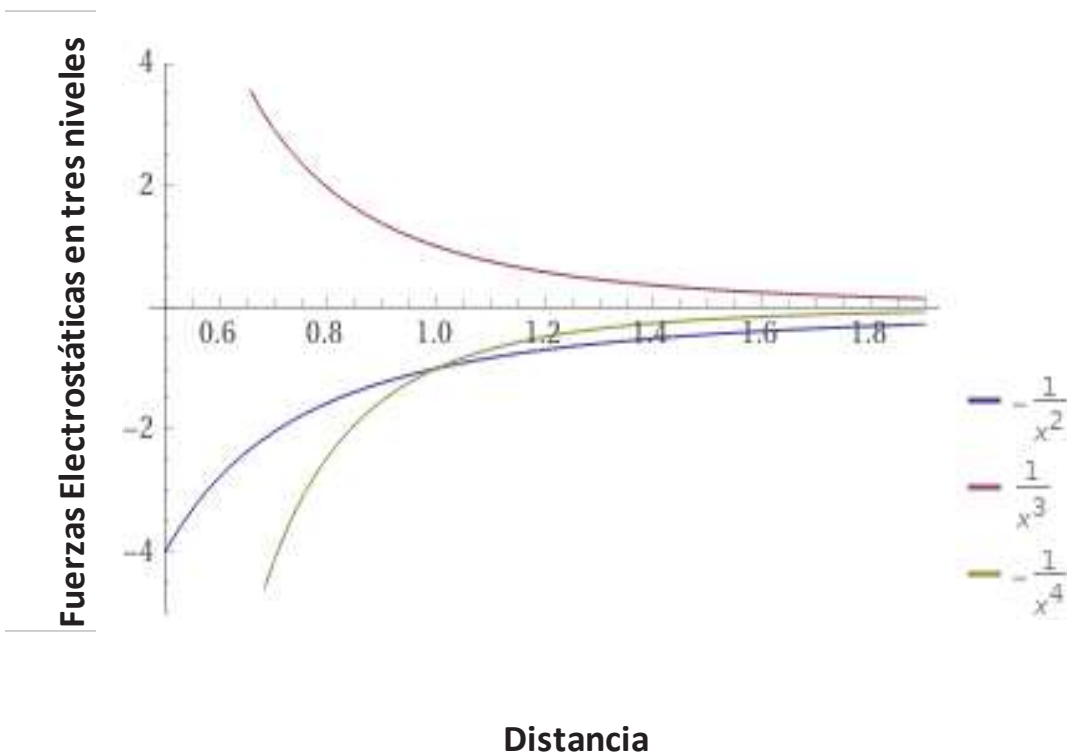
Expandiendo el exponencial tendremos:

$$E_{e^-} = \frac{ke^-}{r^2} \mathbf{r} - \frac{k^2 e^{-3}}{m_e c^2 r^3} \mathbf{r} + \frac{k^3 e^{-5}}{2! m_e^2 c^4 r^4} \mathbf{r} - \frac{k^4 e^{-7}}{3! m_e^3 c^6 r^5} \mathbf{r} + \dots \quad (1.15)$$

El primer término de esta serie infinita convergente coincide con el potencial clásico, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, como primera aproximación; el segundo término de la serie es negativo e inversamente proporcional al cubo de la distancia; el tercer término de la serie es positivo e inversamente proporcional a la cuarta de la distancia; el cuarto término es negativo e inversamente proporcional a la quinta de la distancia; y así sucesivamente. La figura es la representación esquemática de un electrón con los signos de sus cargas alternados en cinco

dimensiones, donde la carga negativa del electrón está representada por el color rojo y la carga positiva por el azul.

La ley de la inversa del cuadrado de la distancia para la intensidad del potencial de un campo de tres dimensiones, se puede generalizar a  $n$  dimensiones [1], de manera que la intensidad del potencial de un campo de  $n$  dimensiones en  $r$ , es inversamente proporcional a  $r^{n-1}$ . En consecuencia, de la ecuación (1.14) se infiere que el primer término de la serie es la intensidad del campo eléctrico del electrón en un espacio de tres dimensiones y es positiva, el segundo término es la intensidad en un espacio de cuatro dimensiones y es negativa, el tercer término es la intensidad en un espacio de cinco dimensiones y es positiva, el cuarto término es la intensidad en un espacio de seis dimensiones y es negativa, y así sucesivamente. A medida que la distancia se aproxima del centro de la partícula, la intensidad aumenta en las dimensiones superiores, pero decrece rápidamente con el aumento de la distancia, como se muestra en la figura 3:



**Figura 3. Gráfica comparativa de las fuerzas del electrón, del positrón virtual y el electrón virtual.**



Siendo el electrón una partícula puntual según el modelo estándar, no tiene extensión ni forma, pero según la ecuación (1.15), se encuentra en un espacio de infinitas dimensiones, de las cuales solo se manifiesta el campo electrostático de tres dimensiones a distancias relativamente grandes, de allí que nuestro cerebro perciba el espacio en tres dimensiones, donde se manifiestan los campos electromagnéticos y gravitatorios. Las demás dimensiones están confinadas en distancias extremadamente pequeñas, a escalas de Planck y mucho menores, considerando al electrón como una partícula puntual.

En publicaciones anteriores [2] postulamos que el vacío cuántico poseería subniveles fractales de partículas virtuales de materia y antimateria que interactúan con la partícula real. Estos subniveles serían multidimensionales. Mediante otro desarrollo matemático llegamos al mismo resultado. En este trabajo postulamos que se trataría de una propiedad de la partícula real, con campos de signo contrario que se manifiestan en espacios multidimensionales, como se desprende de la ecuación (1.15), no como una hipótesis sino como un resultado matemático. No obstante, esos campos podrían también ser generados por antipartículas virtuales de materia y antimateria confinadas alternativamente en espacios multidimensionales.

Considerando el campo electrostático como un fluido, podemos encontrar su laplaciano  $\nabla^2$  o gradiente de la divergencia de la energía eléctrica autoinducida del electrón para determinar si existe un sumidero por el cual se disipa la energía e impide que ella alcance un valor infinito. El laplaciano está dado por:

$$\nabla^2 U = -\frac{ke^{-2}}{m_e c^2 r^4} e^{-\frac{ke^{-2}}{m_e c^2 r}} \quad (1.16)$$

El significado físico de este resultado negativo indica que efectivamente existe un sumidero por el cual la energía se disipa. En este caso se debe a la neutralización de la energía negativa de la antimateria.

La ecuación (1.14) puede expresarse también en unidades gaussianas, en función de la constante de estructura fina  $\alpha$  y la constante reducida de Planck  $\hbar$ :

$$\mathbf{E}_{e^-} = \frac{e^-}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\frac{\alpha\hbar}{m_e c r}} \mathbf{r} \quad (1.17)$$

Siendo  $\alpha$  la constante de estructura fina y  $\hbar$  la constante reducida de Planck.

## 2. Quark.

Proponemos que los quarks, siendo partículas elementales y puntuales, tienen una estructura de campos semejante a la de los electrones, en cuyo caso su energía  $U_q$  estaría dada por:

$$U_q = m_q c^2 \left( 1 - e^{-\frac{K\epsilon^2}{m_q c^2 r}} \right) \quad (2.1)$$

Donde  $m_q$  es la masa del quark,  $K$  una constante de proporcionalidad de la fuerza fuerte y  $\epsilon$  la carga del quark. Cuando  $r \rightarrow 0$  tendremos la energía intrínseca del quark:

$$\begin{aligned} U_q &= m_q c^2 \\ r &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dividiendo (2.1) por  $\epsilon$  tendremos potencial  $V_q$  del quark:

$$V_q = \frac{m_q c^2}{\epsilon} \left( 1 - e^{-\frac{K\epsilon^2}{m_q c^2 r}} \right) \quad (2.3)$$

Derivando (2.3) respecto a  $r$  tendremos la intensidad  $E_q$  del campo del quark:

$$E_q = \frac{K\epsilon}{r^2} e^{-\frac{K\epsilon^2}{m_q c^2 r}} \mathbf{r} \quad (2.4)$$

cuya gráfica, a distancias muy cortas es la siguiente:

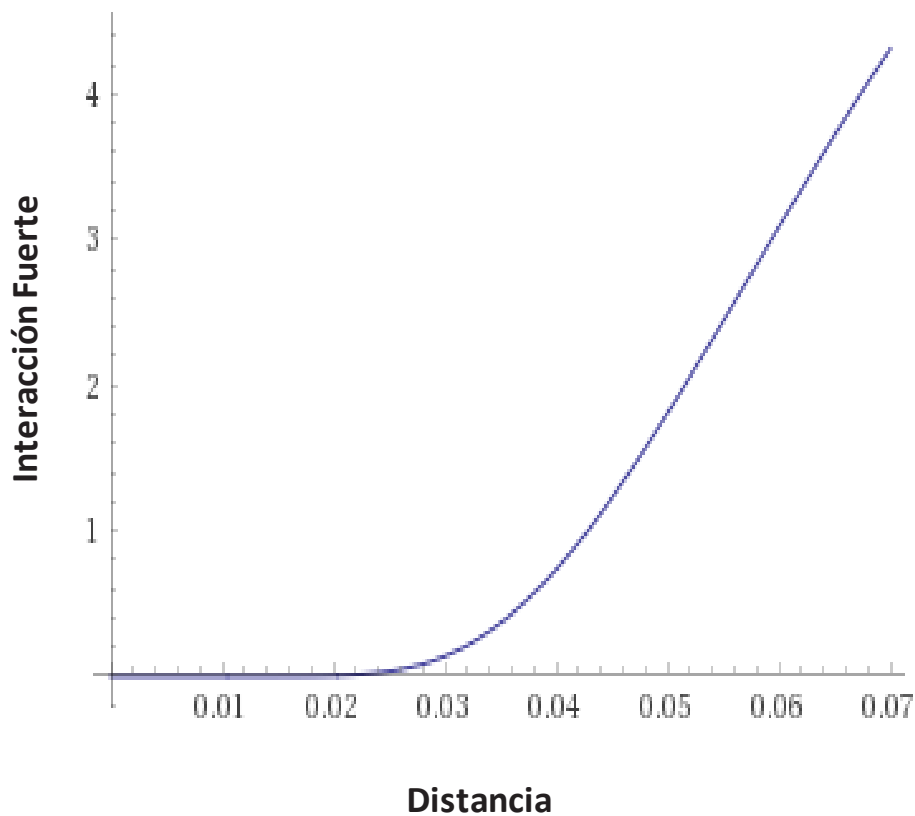
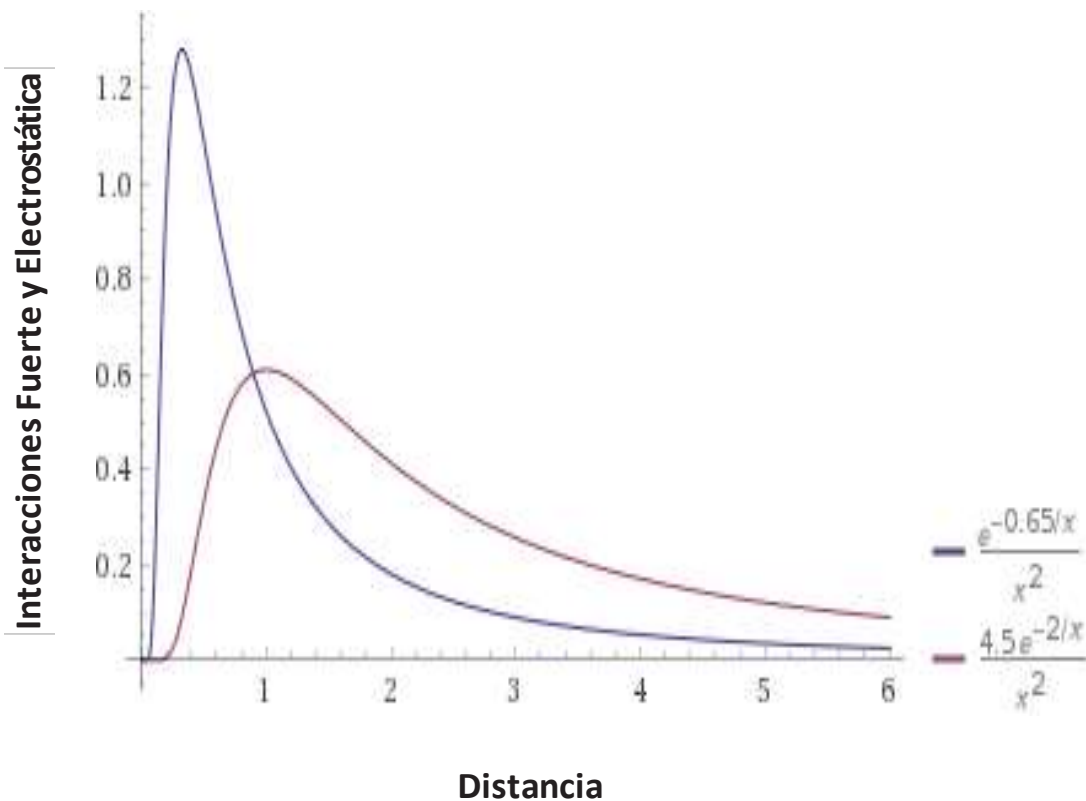


Figura 4. Gráfica sin escala de la fuerza de atracción entre quarks.

En la gráfica se observa que a distancias muy cortas la intensidad  $E_q$  es prácticamente nula, para luego incrementarse a medida que aumenta la distancia. Este es precisamente el comportamiento de los quarks y la libertad asintótica.

La siguiente gráfica sin escala muestra la comparación entre las intensidades de los campos electrostático y fuerte, que explicaría el comportamiento de los nucleones para formar un átomo, donde la presencia de neutrones es fundamental.



**Figura 5. Gráfica comparativa sin escala entre las interacciones fuerte de los quarks y electrostática de los protones.**

La presencia de los diferentes campos de una partícula conduce siempre a su energía intrínseca cuando  $r \rightarrow 0$ . Las partículas generan también un campo gravitatorio, pero a diferencia de las demás cargas que por ser del mismo signo en el caso de los electrones, o del mismo color en el caso de los quarks, ejercen una fuerza repulsiva, el campo gravitatorio ejerce una

fuerza atractiva que se opone a las electrostáticas y de color. En el quark *up* por ejemplo, que tiene una carga eléctrica de  $+\frac{2}{3}e^-$ , su energía  $U_{qu}$  está dada por:

$$U_{qu} = m_{qu} c^2 \left( 1 - e^{-\frac{K\epsilon^2 + k\left(\frac{2}{3}e^-\right)^2 - G(m_{qu})^2}{m_{qu} c^2 r}} \right) \quad (2.5)$$

Siendo  $G$  la constante de gravitación universal. Luego:

$$\begin{aligned} U_{qu} &= m_{qu} c^2 \\ r &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

El quark *down* tiene una carga eléctrica de  $-\frac{1}{3}e^-$ , su energía  $U_{qd}$  está dada por:

$$U_{qd} = m_{qd} c^2 \left( 1 - e^{-\frac{K\epsilon^2 + k\left(-\frac{1}{3}e^-\right)^2 - G(m_{qd})^2}{m_{qd} c^2 r}} \right) \quad (2.7)$$

Luego:

$$\begin{aligned} U_{qd} &= m_{qd} c^2 \\ r &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Resultado válido para leptones y quarks, cuya expresión general es  $U = mc^2$ . Dividiendo la energía de la partícula en función de la distancia por su

carga principal, obtenemos el potencial del campo de la partícula con relación a la carga. Derivando el potencial con respecto a la distancia tendremos la intensidad del campo en  $r$ , de lo cual se concluye que las fuerzas fundamentales de la naturaleza tienen su origen en la energía intrínseca de las partículas.

### 3. Gravedad.

En el caso del campo gravitatorio generado por una masa puntual  $M$ , siguiendo el mismo procedimiento que en el caso del electrón, llegaremos al mismo resultado de la ecuación (1.9), cuando  $a = r$  y  $b \rightarrow \infty$ , donde la constante coulombiana  $k$  es reemplazada por la constante de la gravitación universal  $G$ , y la carga del electrón  $e^-$  es substituida por la masa  $M$ . Ahora bien, cuando  $b \rightarrow \infty$ , la energía gravitatoria  $U_g$  es negativa, en consecuencia esta energía está dada por:

$$U_g = Mc^2 \left( e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1 \right) \quad (3.1)$$

Cuando  $r \rightarrow 0$ , tendremos:

$$U_g = -Mc^2 \quad (3.2)$$

$$r \rightarrow 0$$

Es decir, la energía gravitatoria de una masa puntual o agujero negro es una magnitud finita equivalente a su energía intrínseca con signo negativo. No se trataría de una magnitud infinita a la que nos conduce el potencial newtoniano, que da origen a la singularidad espacio temporal de la relatividad general que está basada en dicho potencial. Dividiendo la ecuación (3.1) entre  $M$ , obtendremos el potencial newtoniano modificado  $V_g$ :

$$V_g = c^2 \left( e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1 \right) \quad (3.3)$$

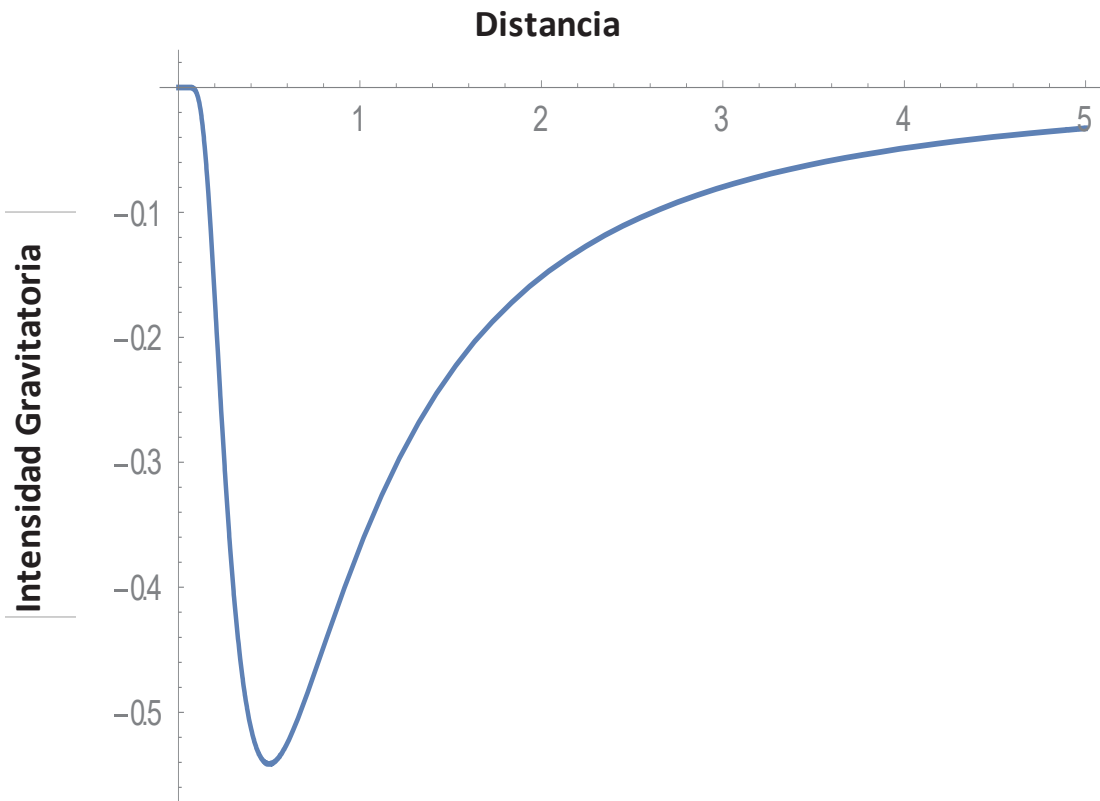
Expandiendo el exponencial y eliminando los términos para distancias relativamente grandes tendremos:

$$V_g \approx -\frac{GM}{r} \quad (3.4)$$

Que es el potencial newtoniano que, como mencionamos, conduce a una singularidad cuando  $r \rightarrow 0$ , a diferencia del potencial modificado de la ecuación (3.3) que conduce a  $-c^2$  cuando  $r \rightarrow 0$ . Derivando (3.3) respecto a  $r$  obtendremos la intensidad  $E_g$  del campo gravitatorio:

$$\mathbf{E}_g = -\frac{GM}{r^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \mathbf{r} \quad (3.5)$$

Cuya gráfica sin escala es la siguiente:



**Figura 6. Gráfica de la intensidad del campo gravitatorio modificado.**

El modelo propuesto plantea que todas las interacciones fundamentales de la naturaleza tienen su origen en la energía intrínseca de las partículas  $E = mc^2$ , de la cual se derivan cada una de las fuerzas como gradientes diferenciados de esa energía. La expresión general de estas fuerzas estaría dada por la siguiente relación:

$$F = \frac{\Phi\psi^2}{r^2} e^{-\frac{\Phi\psi^2}{mc^2r}} \mathbf{r} \tag{3.6}$$

siendo  $\Phi$  una constante de proporcionalidad vinculada a la partícula y  $\psi$  la carga de la partícula, que en el caso de la gravedad es la masa de la partícula.



#### 4. Métrica de Schwarzschild modificada.

La métrica de Schwarzschild, basada en una masa esférica  $M$  sin rotación ni carga eléctrica, fue la primera solución exacta a las ecuaciones de campo de la relatividad general, y está basada en el potencial newtoniano. Todas las métricas que vinieron posteriormente, están basadas en el mismo potencial newtoniano y conducen a una singularidad espaciotemporal cuando  $r \rightarrow 0$ . Si reemplazamos este potencial por el nuevo potencial gravitatorio de la ecuación (3.3), tendremos una nueva métrica en coordenadas  $(r, t, \theta, \phi)$ . En presencia de campo y asumiendo que la métrica no depende del tiempo y adoptando el gauge estándar, en donde la métrica no es afectada en los términos del diferencial del ángulo sólido, tendremos la métrica de Schwarzschild modificada:

$$ds^2 = \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right) c^2 dt^2 - \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta d\phi^2 \quad (4.1)$$

Cuando  $M = 0$  o  $r \rightarrow \infty$ , es decir, en un espacio libre de influencias gravitatorias, obtenemos una métrica de Minkowski:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta d\phi^2 \quad (4.2)$$

Las ecuaciones tensoriales para la métrica de Schwarzschild modificada se encuentran publicadas en trabajos anteriores [3]. Considerando esta nueva métrica, la ecuación exacta de la aceleración radial  $a_r$  de un cuerpo de masa  $m$  que gira alrededor de otro de masa  $M$  está dada por:

$$a_r = -\frac{GM}{r^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - \frac{GMl^2}{m^2 c^2 r^4} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} + \frac{2l^2}{m^2 m^3} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - \frac{2l^2}{m^2 r^3}$$

siendo  $l$  el momento angular relativista. Hemos suprimido el vector en negrita para simplificar las ecuaciones. La demostración completa de esta ecuación se encuentra en anteriores publicaciones [4]. Expandiendo el exponencial en la ecuación tenemos:

$$a_r = -\frac{GM}{r^2} + \frac{G^2M^2}{c^2r^3} - \dots - \frac{GMl^2}{m^2c^2r^4} + \frac{G^2M^2l^2}{m^2c^2r^5} - \dots + \frac{2l^2}{m^2r^3} - \frac{2GMl^2}{m^2c^2r^4} + \frac{G^2M^2l^2}{m^2c^4r^5} - \dots - \frac{2l^2}{m^2r^3} \quad (12.13)$$

Despreciando en las series los términos para distancias relativamente grandes tenemos:

$$a_r \approx -\frac{GM}{r^2} \left( 1 + \frac{3l^2}{m^2c^2r^2} \right) + \frac{G^2M^2}{c^2r^3} \left( 1 + \frac{2l^2}{m^2c^2r^2} \right) \quad (12.14)$$

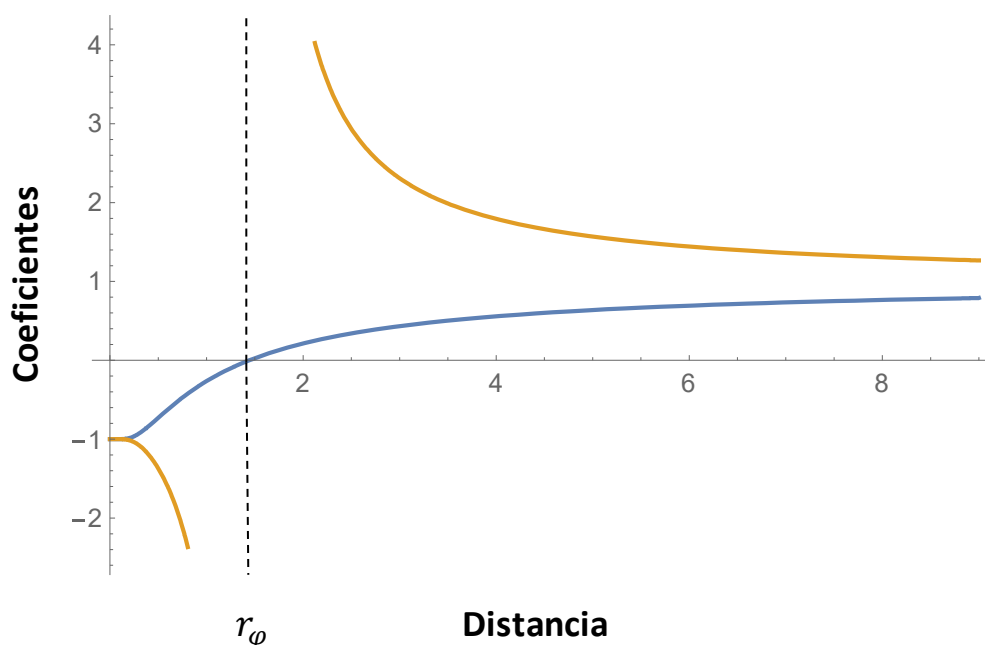
El primer sumando de la ecuación corresponde a la ecuación del movimiento en la métrica de Schwarzschild con una modificación relativista que explica satisfactoriamente la precesión del perihelio de Mercurio de 43 segundos de arco por siglo. Se trata de una aproximación al límite relativista.

El segundo sumando corresponde a la modificación introducida por nosotros, equivalente aproximadamente a un desplazamiento en sentido contrario del perihelio por el orden de  $10^{-8}$  segundos de arco por siglo, magnitud difícil de detectar, considerando que el efecto cuántico de las partículas virtuales de antimateria se ponen de manifiesto de modo significativo a distancias muy cortas.

Con el descubrimiento de nuevos exoplanetas o cuerpos masivos girando alrededor de estrellas muy densas o agujeros negros, tal vez en el futuro puedan detectarse estos desplazamientos.

### 13. Agujeros negros.

Expandiendo el exponencial de la ecuación en la métrica de Schwarzschild modificada y despreciando los términos de la serie a partir del tercer término por tratarse de distancias relativamente grandes obtendremos la métrica de Schwarzschild en el límite relativista, como caso particular. Cuando  $r \rightarrow \infty$  obtendremos la métrica de Minkowski, coincidiendo con la métrica de Schwarzschild y la modificada a una distancia situada en el infinito libre de un campo gravitatorio. Cuando  $r \rightarrow 0$ , obtenemos nuevamente una métrica de Minkowski, coincidiendo con la ausencia de campo gravitatorio en el centro del agujero negro, con los signos cambiados. La gráfica de la figura 20 muestra los coeficientes  $A$  en azul y  $B$  en rojo de la métrica de Schwarzschild modificada respecto a la distancia  $r$  para  $GM/c^2 = 1$ .



**Figura 20. Gráfica de los coeficientes  $A$  y  $B$  en la métrica modificada de Schwarzschild**

Cuando  $A = 0$  obtendremos un nuevo radio  $r_\varphi$  para el horizonte de eventos, cuyo valor está dado por:

$$r_\varphi = \frac{GM}{c^2 \ln[2]} \tag{13.1}$$

magnitud menor que el radio de Schwarzschild para el horizonte de eventos dado por  $r_s = 2GM/c^2$ .

En la figura 20 se observa que se presenta una singularidad en  $r_\varphi$ , como ocurre con la métrica de Schwarzschild, la cual se supera con un cambio conveniente de coordenadas, con la métrica de Kruskal y las demás métricas, las que no obstante no evitan la singularidad cuando  $r \rightarrow 0$ , como sí ocurre con la métrica propuesta por nosotros. Si en todas las métricas que están basadas en el potencial newtoniano clásico, se substituye este potencial por el potencial newtoniano modificado de la ecuación (3.3), se elimina la singularidad cuando  $r \rightarrow 0$ .

Al interior del horizonte de sucesos se invierten los coeficientes  $A$  y  $B$ , que representa una región de antimateria para un observador situado al exterior del horizonte. Esto nos llevó a la conclusión errónea de que los agujeros negros eran de antimateria. Pero en realidad, se trata de una masa de materia que ejerce una atracción gravitatoria cuando  $r \rightarrow 0$ , lo que viene definido por la ecuación (9.19), que corresponde al potencial newtoniano modificado. Un agujero negro de antimateria daría lugar a una gráfica invertida de la figura 20.

A medida que una estrella masiva o conjunto de estrellas colapsa, o una partícula se aproxima a un agujero negro, su tiempo y su entropía, visto por un observador externo, se van ralentizando hasta detenerse en el horizonte de eventos. Se observa un corrimiento de la frecuencia de la luz hacia el rojo hasta volverse oscuro en el horizonte de sucesos. El colapso de la estrella o estrellas continúa inexorablemente de acuerdo a la ecuación

(9.21), cuya gráfica está representada en la figura 19. En el centro del agujero negro no existe campo gravitatorio, estamos ante una métrica de Minkowski donde el espaciotiempo no se ve afectado por la gravedad. Como en el caso de las partículas elementales, en ese punto se neutralizan todas las interacciones de las  $n -$  dimensiones y la curvatura espaciotemporal.

Un observador situado al interior del horizonte de eventos, verá que el tiempo y la entropía de una partícula se ralentiza cuanto más cercana se encuentre al horizonte de eventos, hasta detenerse en el horizonte de sucesos. Asimismo observará un desplazamiento de la frecuencia de la luz hacia el rojo hasta volverse oscuro en el horizonte de sucesos.

De la ecuación (10.13) se deduce el comportamiento de los relojes de dos observadores  $A$  y  $B$  situados a una distancia  $r_A$  y  $r_B$  del centro del agujero negro, al exterior del horizonte de eventos:

$$\left(\frac{\Delta\tau_A}{\Delta\tau_B}\right)^2 = \frac{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_B}} - 1}{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_A}} - 1} \quad (13.2)$$

$$r_A \geq r_B \geq r_\varphi$$

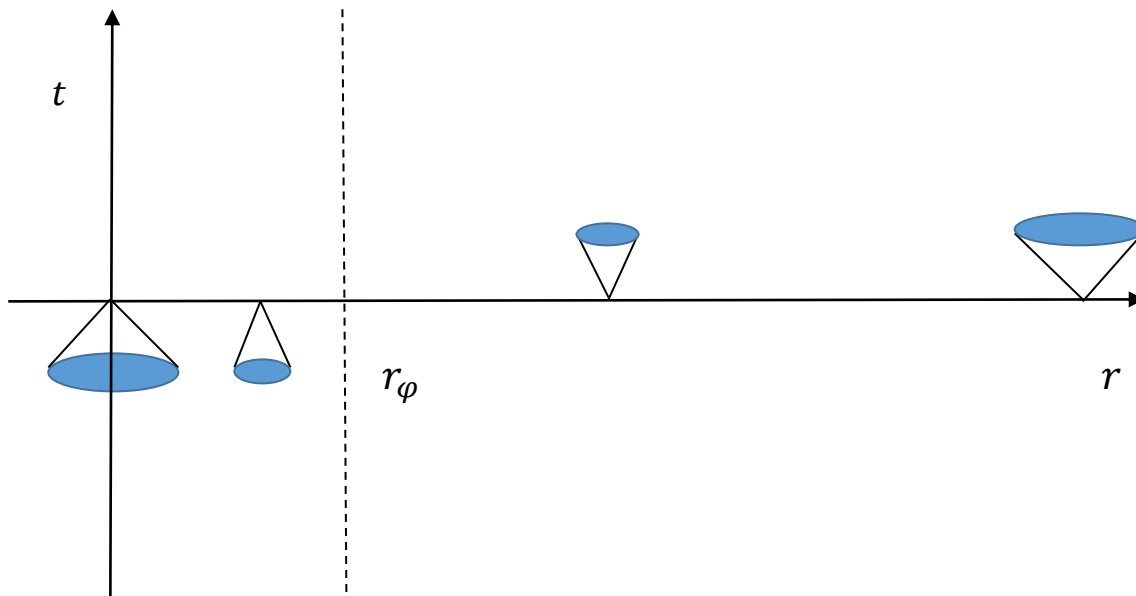
Para dos observadores  $C$  y  $D$  situados a una distancia  $r_C$  y  $r_D$  del centro del agujero negro, al interior del horizonte de eventos:

$$\left(\frac{\Delta\tau_C}{\Delta\tau_D}\right)^2 = \frac{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_D}} - 1}{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_C}} - 1} \quad (13.3)$$

$$r_C \leq r_D \leq r_\varphi$$

Dos observadores que se encuentran uno en el interior del horizonte de sucesos y el otro en el exterior, no tienen información uno del otro.

La figura 21 representa los conos de luz según la métrica modificada de Schwarzschild:



**Figura 21. Representación gráfica de los conos de luz en función de la distancia al centro del agujero negro.**

#### 14. El problema cosmológico.

La cosmología vigente sostiene que el universo tuvo un origen en el Big Bang. Existen muchas hipótesis sobre los que ocurrió antes de ese evento, si tiene sentido considerar un evento en el tiempo, dado que el tiempo habría comenzado en el Big Bang y no existiría un antes. Intentaremos dar una respuesta matemática basada en nuestro modelo. Según la relatividad general y las conclusiones de Friedmann, el universo puede tener una curvatura positiva y ser cerrado, conformando una hiperesfera de cuatro dimensiones, finita en su superficie tridimensional, pero ilimitada, sin fronteras, considerando que la materia y energía, distribuidas de manera isotrópica y homogénea, curvan el espacio hasta cerrarse en una hiperesfera. Puede también tener una curvatura nula, en cuyo caso sería un

Universo plano y abierto, que se expande indefinidamente. O puede tener una curvatura negativa en forma de silla de montar, abierto y que también se expande indefinidamente. Einstein optó por el universo cerrado, hiperesférico. Si bien las observaciones actuales indicarían que el universo es plano, la conclusión no es definitiva porque podríamos estar observando una porción limitada en la que no se apreciaría una curvatura. La materia oscura puede ser un factor decisivo en la densidad crítica para un universo hiperesférico.

Ahora bien, si nosotros aplicamos nuestras ecuaciones a un universo hiperesférico, llegaremos a una interesante conclusión matemática. Si adoptamos el principio de conservación de la energía, ésta estará dada por  $E = M_u c^2$ , siendo  $M_u$  la masa del universo. En el Big Bang no había masa pero sí energía, que posteriormente dio origen a la masa. Lo que observamos actualmente es que el universo se está expandiendo aceleradamente por la energía oscura, en un proceso opuesto a la formación de un agujero negro, donde la materia se contrae por la gravedad. En la hipótesis de que un agujero negro se expandiera por efecto de una antigravedad, su energía antigravitatoria  $U_g$  estaría dada por:

$$U_g = M c^2 \left( 1 - e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \right) \quad (14.1)$$

Ecuación equivalente a (3.1) con el signo opuesto. Expandiendo la ecuación tendremos:

$$U_g = \frac{GM^2}{r} - \frac{G^2 M^2}{2c^2 r^2} + \dots \quad (14.2)$$

Ahora bien, tratándose de una hiperesfera de cuatro dimensiones, según la ley mencionada en el punto 1, la intensidad del potencial de un campo de  $n$  dimensiones en  $r$ , es inversamente proporcional a  $r^{n-1}$ , en este caso  $r^3$ . Derivando el segundo término de la ecuación obtendremos como denominador  $r^3$ , luego el segundo término es precisamente la expresión matemática del exponencial para una hiperesfera de cuatro dimensiones.

Si consideramos al universo como un sistema aislado, sin influencia externa, su energía  $U_u$ , que incluye la energía térmica y de cualquier naturaleza, permanece constante en el tiempo, de acuerdo a la primera ley de la termodinámica. Si definimos  $U_P$  como su energía potencial antes del Big Bang y  $U_C$  como su energía cinética al expandirse, liberando su energía térmica, tendremos:

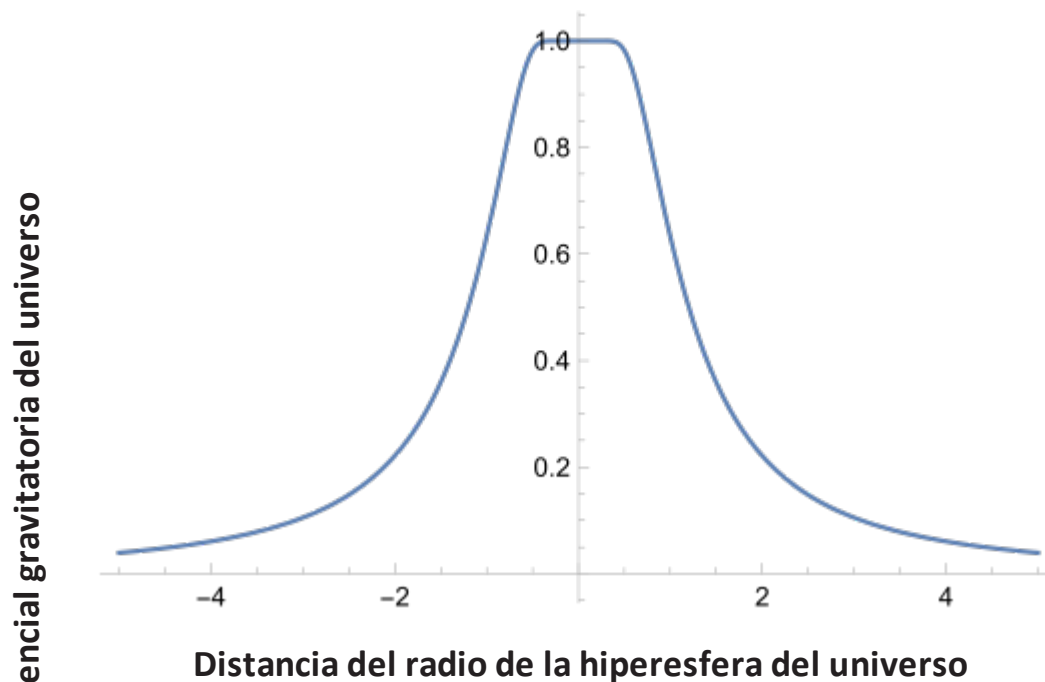
$$U_u = U_P + U_C = M_u c^2 \quad (14.3)$$

Siendo  $M_u$  la masa del universo. En consecuencia, la energía  $U_P$  del Universo en función del radio  $r$  de la hiperesfera estará dada por:

$$U_P = M_u c^2 \left( 1 - e^{-\frac{G^2 M_u^3}{2 c^2 r^2}} \right) \quad (14.4)$$

cuya gráfica sin escala es:



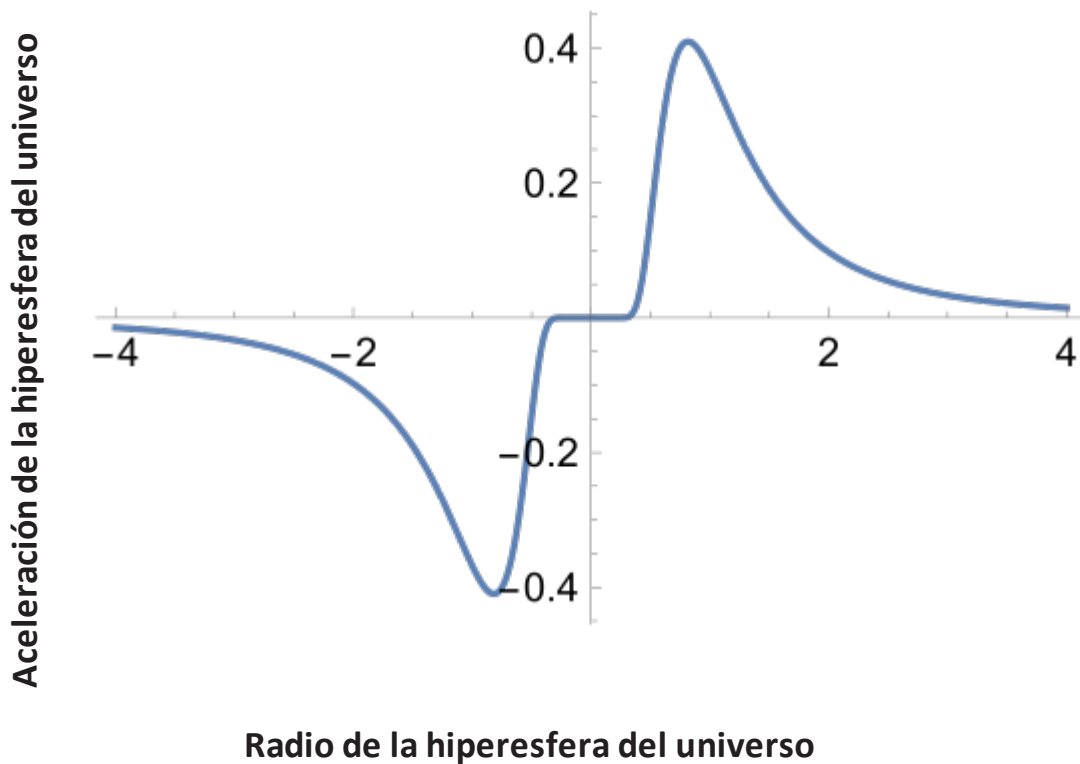


**Figura 22. Gráfica sin escala de la energía potencial gravitatoria del universo.**

Ésta es precisamente la **energía oscura** que da origen a la expansión del universo. Derivando (14.4) en función de  $r$  tendremos la aceleración radial  $a_u$  de la hiperesfera:

$$a_u = \frac{G^2 M_u^3}{r^3} e^{-\frac{G^2 M_u^3}{2c^2 r^2}} \tag{14.5}$$

cuya gráfica sin escala es la siguiente:

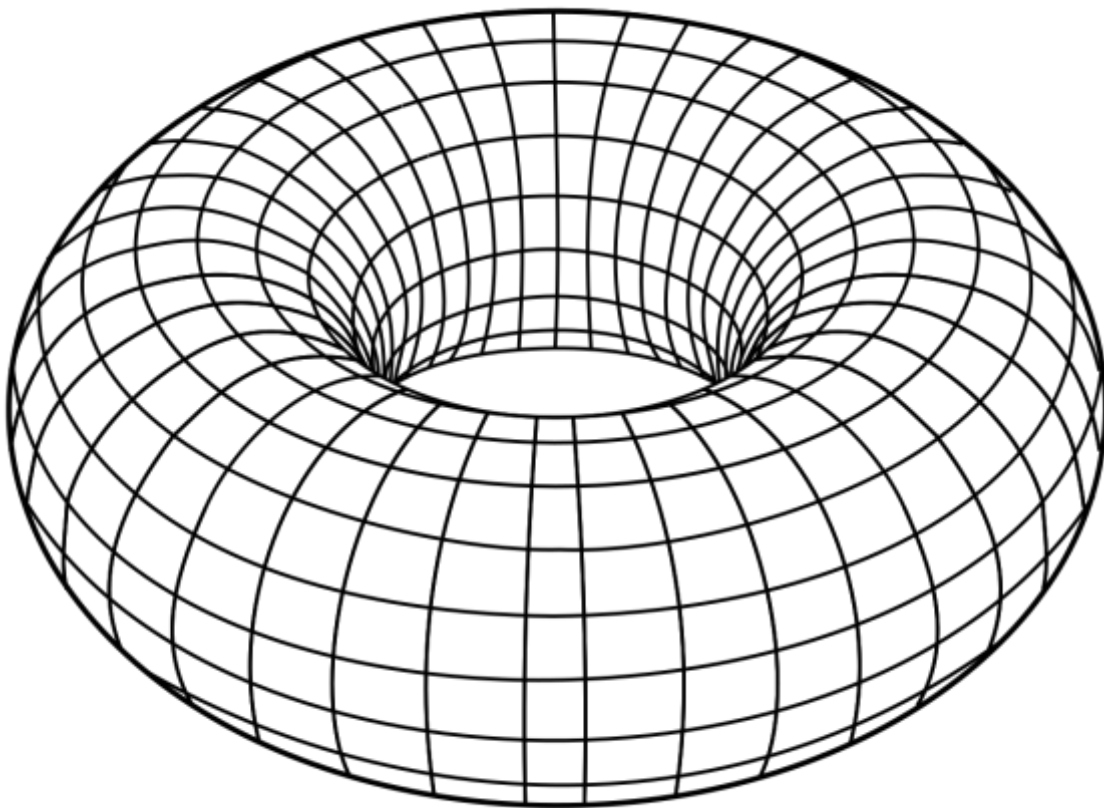


**Figura 23. Gráfica sin escala de la aceleración y contracción del universo.**

Este resultado implica que si la ecuación es correcta y el Universo es una hiperesfera, el origen del Big Bang es un Big Crunch. Cabe señalar que para un agujero negro de tres dimensiones, no existe una solución para  $r < 0$ , como se desprende de la ecuación (3.5), que arroja un resultado infinito. Pero la ecuación (14.5) no sólo admite una solución para  $r < 0$ , sino que conduce inevitablemente a un Big Crunch que da origen al Big Bang. Sin embargo surge el problema del origen del Big Crunch. Por un lado tenemos un Big Bang que se extiende al futuro en un tiempo cósmico infinito, y por otro a un Big Crunch que también se extiende hacia el pasado en un tiempo infinito, sin explicar su origen. El Big Crunch debe tener un origen.

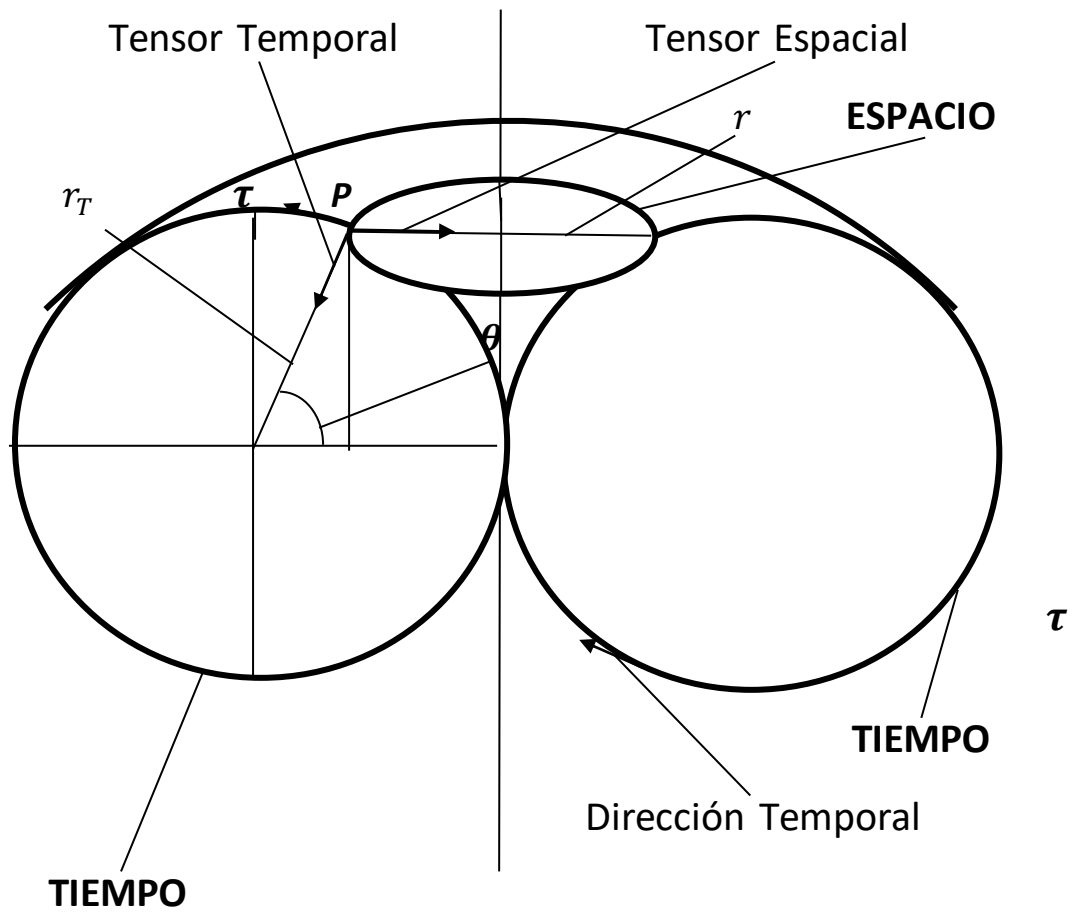
Ahora bien, hemos partido de la hipótesis de que la materia y energía del universo curvan el espacio de manera positiva, cerrándolo sobre sí mismo, conformando una hiperesfera de cuatro dimensiones. Pero la materia y energía no sólo curvan el espacio sino también el tiempo, según la relatividad general. De manera que la materia y energía del universo deben curvar también el tiempo cósmico en una circunferencia que se cierra sobre sí misma, sin principio ni fin, al igual que el espacio, conformando

topológicamente un espaciotiempo cósmico curvo. La hipótesis de un universo cíclico fue planteada inicialmente por Friedmann y desarrollada posteriormente por Tolman y otros físicos, nosotros lo hacemos desde la perspectiva de nuestro modelo. Aquí se presentan dos posibilidades según la curvatura temporal, una de ellas que da lugar a una topología espaciotemporal toroidal pentadimensional o pentatoroidal, y otra que da lugar a una topología esférica pentadimensional o pentaesférico. Comenzaremos por la primera, como se ilustra en la figura 23:



**Figura 23. Modelo pentatoroidal del universo.**

En la figura, las circunferencias horizontales representan el volumen del espacio que se cierra sobre sí mismo, y las verticales el tiempo cósmico que se cierra sobre sí mismo. La figura 24 representa un corte transversal, en el que las circunferencias temporales son tangentes en el inicio del Big Bang y el fin del Big Crunch, y la línea que une dos arcos iguales temporales es el diámetro de la hiperesfera del universo.



**Figura 24. Corte transversal del universo pentatoroidal.**

El punto  $P$  representa un punto del espaciotiempo del Universo, donde la elipse que pasa por ese punto representa la circunferencia de la hiperesfera, cuyo radio  $r$  va desde  $P$  hasta el eje vertical. En ese punto un tensor curva el espacio en dirección al centro de la hiperesfera, y curva

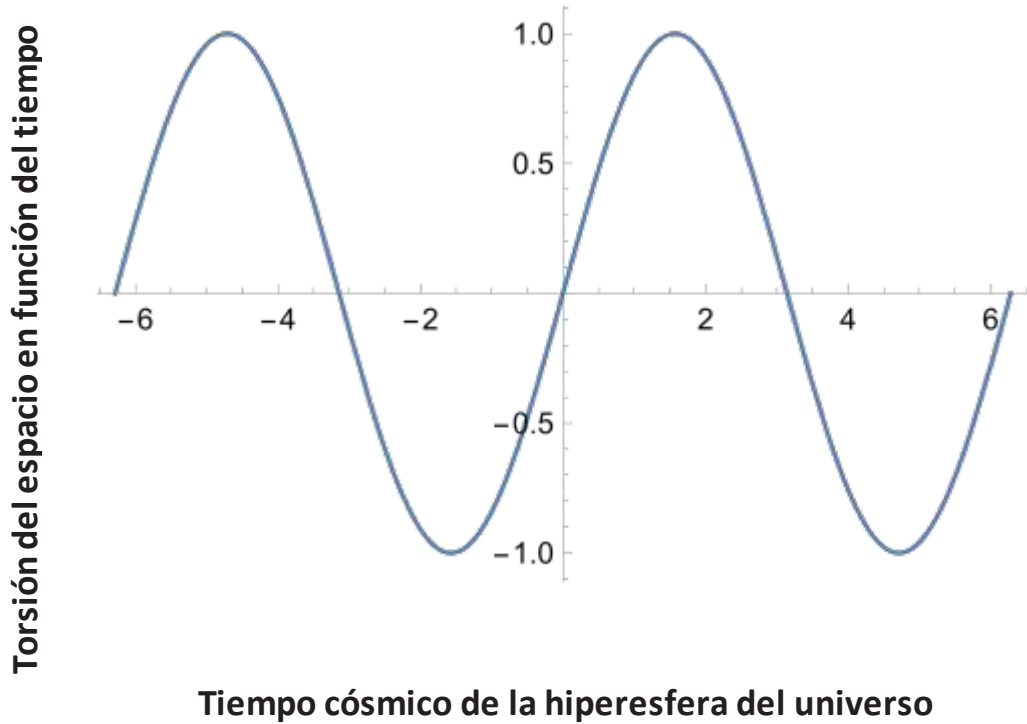
el tiempo en dirección al centro de la circunferencia temporal, cuyo radio  $r_T$  está definido por el centro de la misma y el punto  $P$ . En dicho punto, el tiempo cósmico  $\tau$  está representado por el arco subtendido por el ángulo  $\theta$ , cuyo valor natural en unidades de longitud es  $cr_T\theta$ , siendo  $c$  la velocidad de la luz, es decir,  $\tau = cr_T\theta$ . Cuando  $\theta = 0$ , estamos en el inicio del Big Bang y el final del Big Crunch. La dirección del tiempo cósmico en  $P$  está definida por la tangente de  $r_T$  en ese punto. El tiempo circular define un plano bidimensional, que unido a las tres dimensiones espaciales conforman un toroide espaciotemporal de cinco dimensiones, que define un tensor de 5 x 5. De la figura 24 se deduce que el radio de la hiperesfera está dado por:

$$r = \frac{c\tau}{\theta}(1 - \cos \theta) \quad (14.6)$$

Si definimos  $\mathcal{T}$  como el tiempo cósmico de un ciclo completo equivalente a  $2\pi$ , siendo  $\theta = 2\pi\tau/\mathcal{T}$ , tendremos:

$$r = \frac{c\mathcal{T}}{2\pi} \left( 1 - \cos \frac{2\pi\tau}{\mathcal{T}} \right) \quad (14.7)$$

En ausencia de parámetros, las gráficas a continuación, al igual que las anteriores, serán sin escala, para  $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ , que representa el ciclo completo antes y después del Big Bang, considerando como valores máximos la unidad. El espacio experimenta una torsión por efecto de la curvatura del tiempo cósmico, dada por el ángulo formado por la tangente de la curvatura temporal en el punto  $P$ , que determina la dirección temporal, con el eje vertical, que es igual a  $\theta$ . Podemos definir la torsión como  $\sin \theta$ , cuya gráfica es la siguiente:



**Figura 25. Torsión del espacio en función del tiempo curvo cósmico.**

La superficie de la hiperesfera define el volumen  $V_U$  del universo, dado por:

$$V_U = 8\pi r^3 \tag{14.8}$$

Reemplazando (14.7) en (14.8) tendremos:

$$V_U = \frac{c^3 \mathcal{J}^3}{\pi^2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}} \right)^3 \tag{14.9}$$

cuya gráfica es:

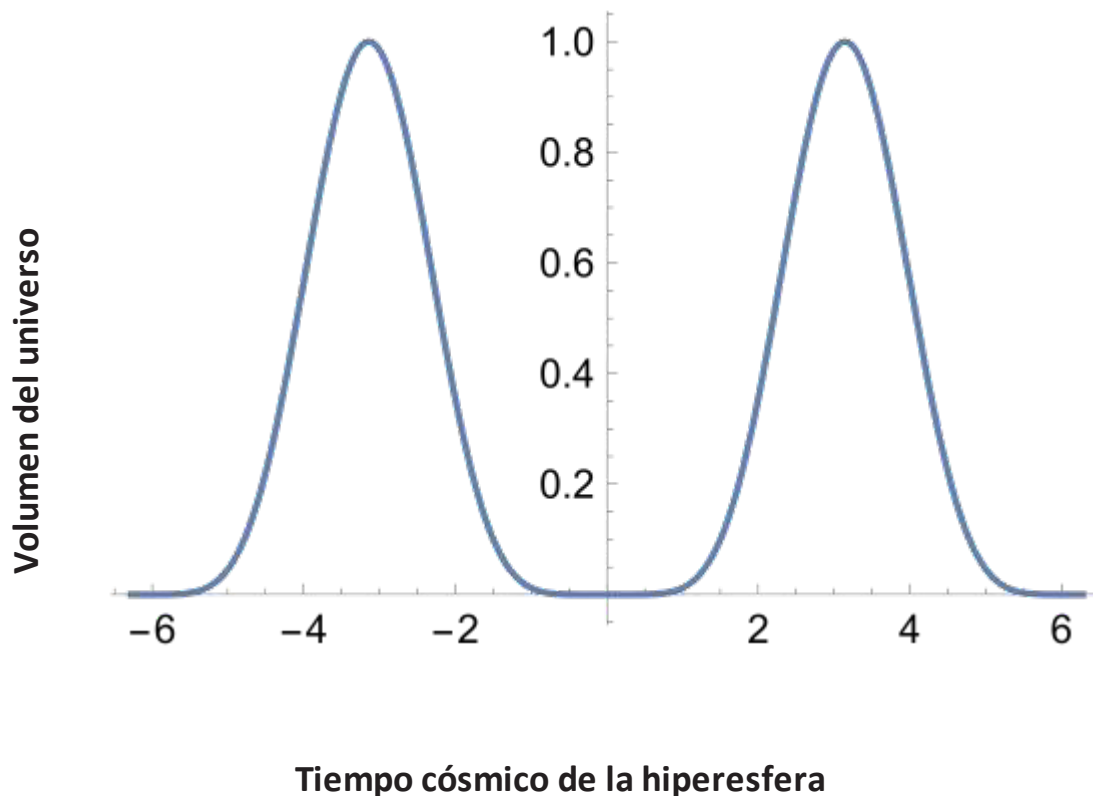
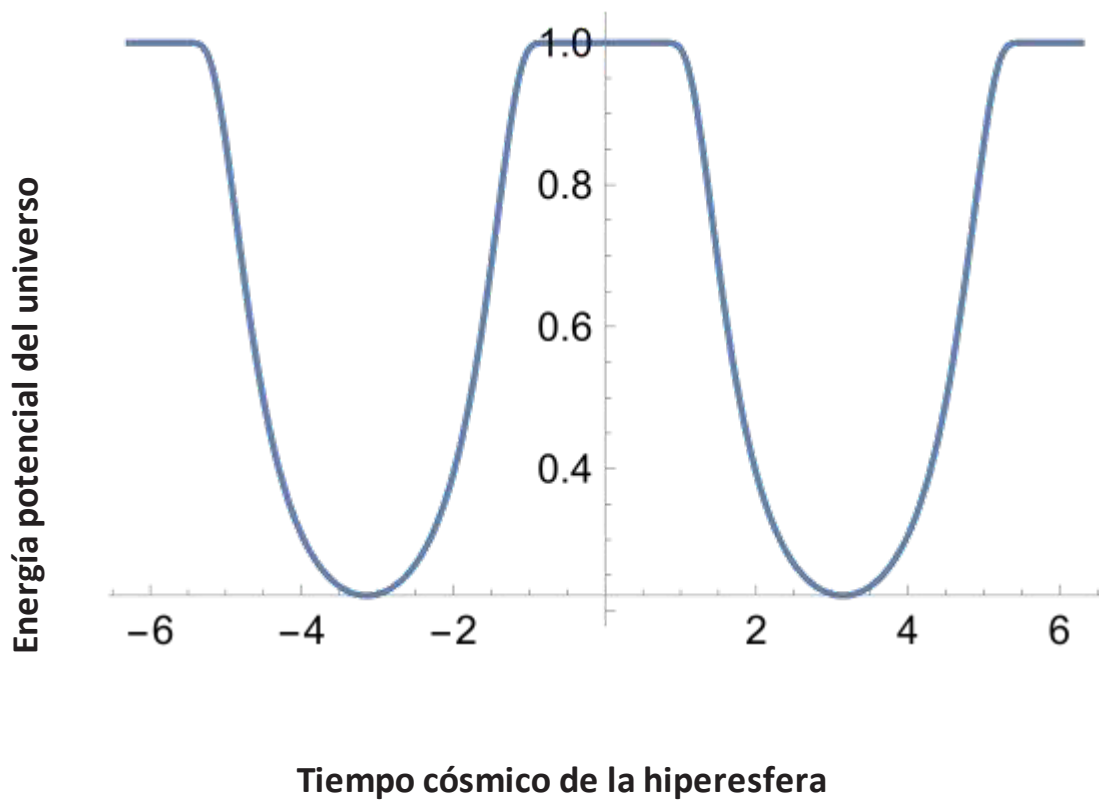


Figura 26. Gráfica del volumen del universo pentatoroidal.

Reemplazando (14.7) en (14.4) tenemos:

$$U_P = M_U c^2 \left( 1 - e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_U^3}{c^4 \mathcal{J}^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi \tau}{\mathcal{J}}\right)^2}} \right) \tag{14.10}$$

Su gráfica es:



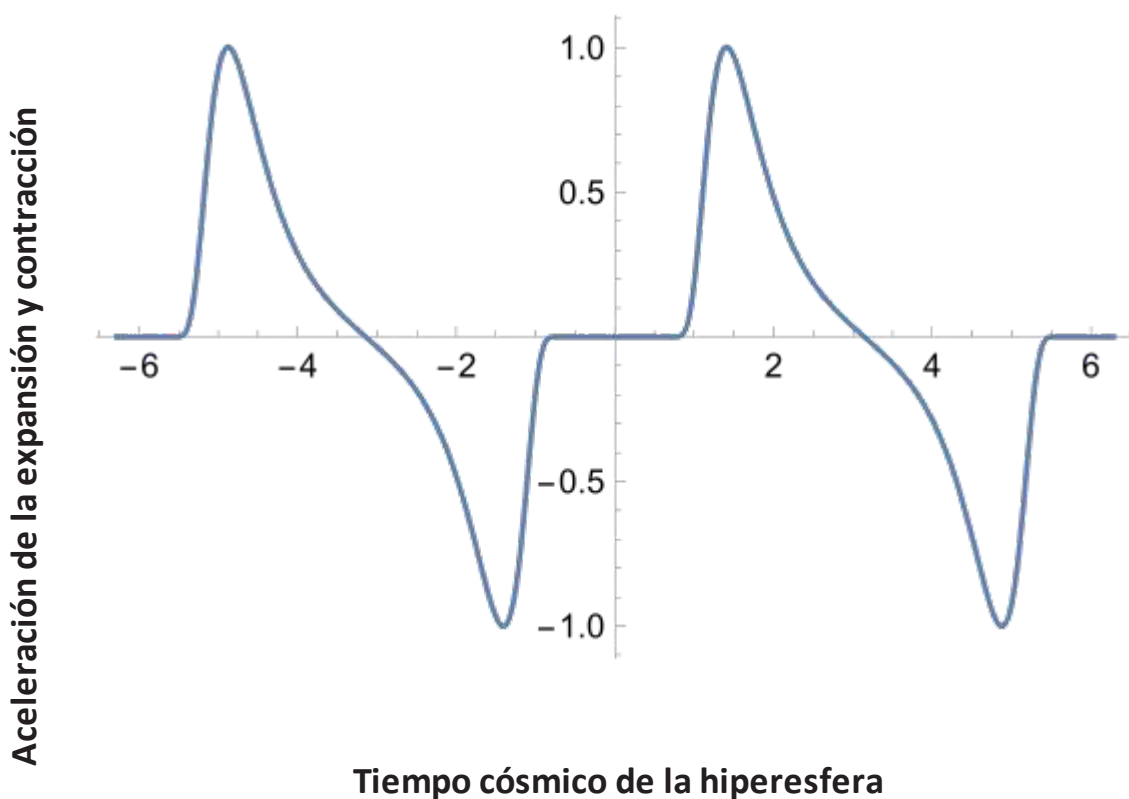
**Figura 27. Gráfica de la energía potencial del universo pentatoroidal.**

Derivando (14.10) respecto a  $\tau$  tendremos la aceleración  $a_u$  de expansión y contracción del universo:

$$a_u = \frac{4\pi^2 G^2 M_U^3 \text{Sin} \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}}}{c^2 \mathcal{J}^2 \left(1 - \text{Cos} \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}}\right)^3} e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_U^3}{c^4 \mathcal{J}^2 \left(1 - \text{Cos} \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}}\right)^2}} \quad (14.11)$$

Cuya gráfica es:



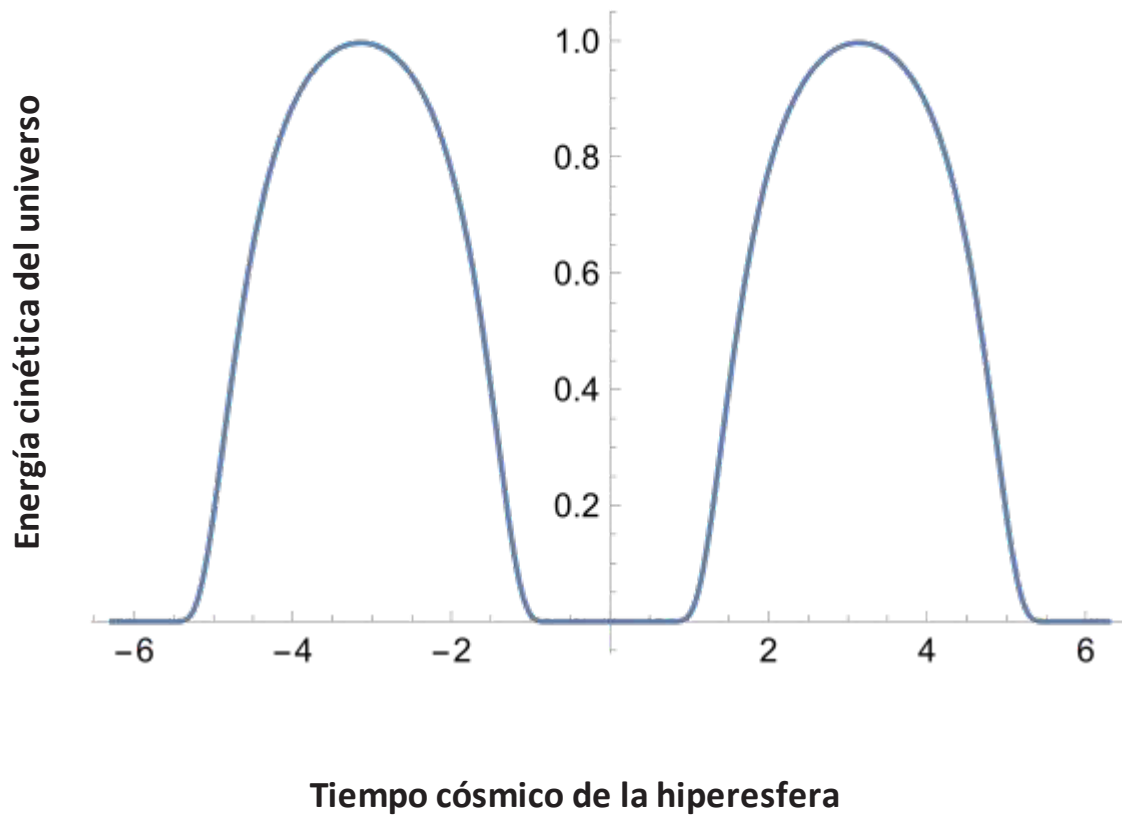


**Figura 28. Gráfica de la aceleración de la expansión y contracción del universo pentatoroidal.**

De la ecuación (14.3) obtenemos la energía cinética del universo:

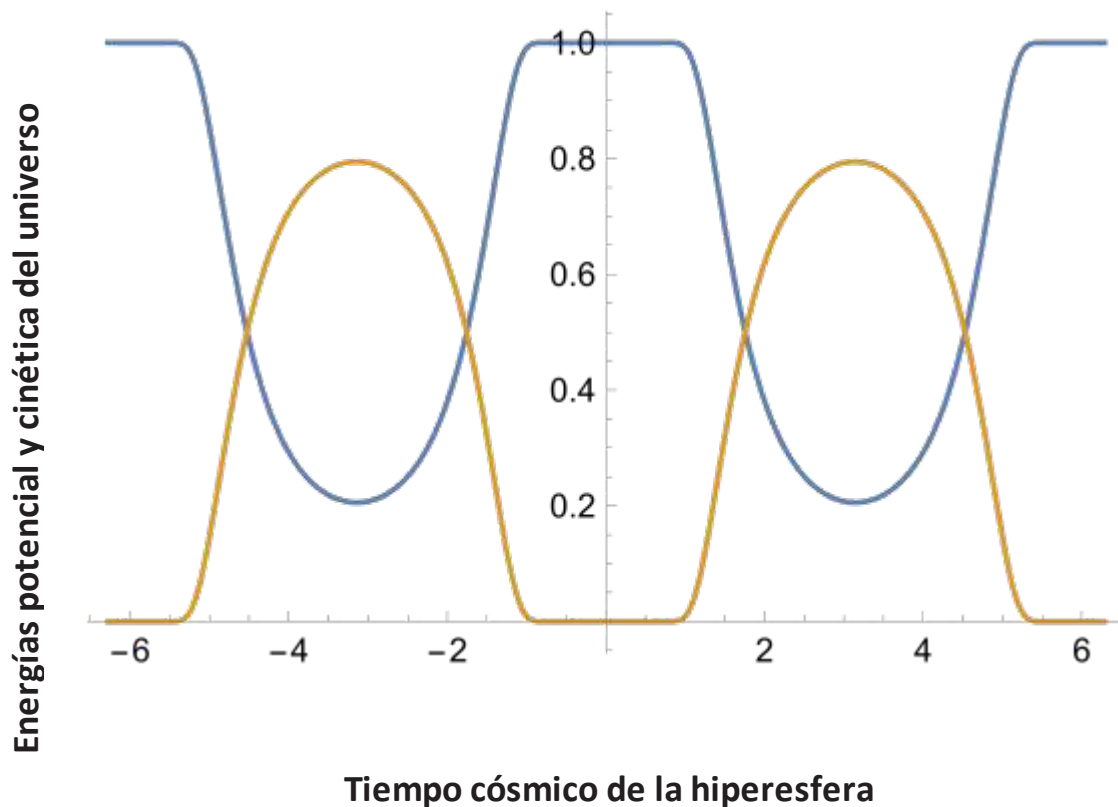
$$U_C = M_U c^2 e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_U^3}{c^4 T^2 \left(1 - \cos\frac{2\pi\tau}{T}\right)^2}} \tag{14.15}$$

Su gráfica es:



**Figura 29. Gráfica de la energía cinética del universo pentatoroidal.**

Comparando las gráficas de la energía potencial y cinética del universo tendremos:

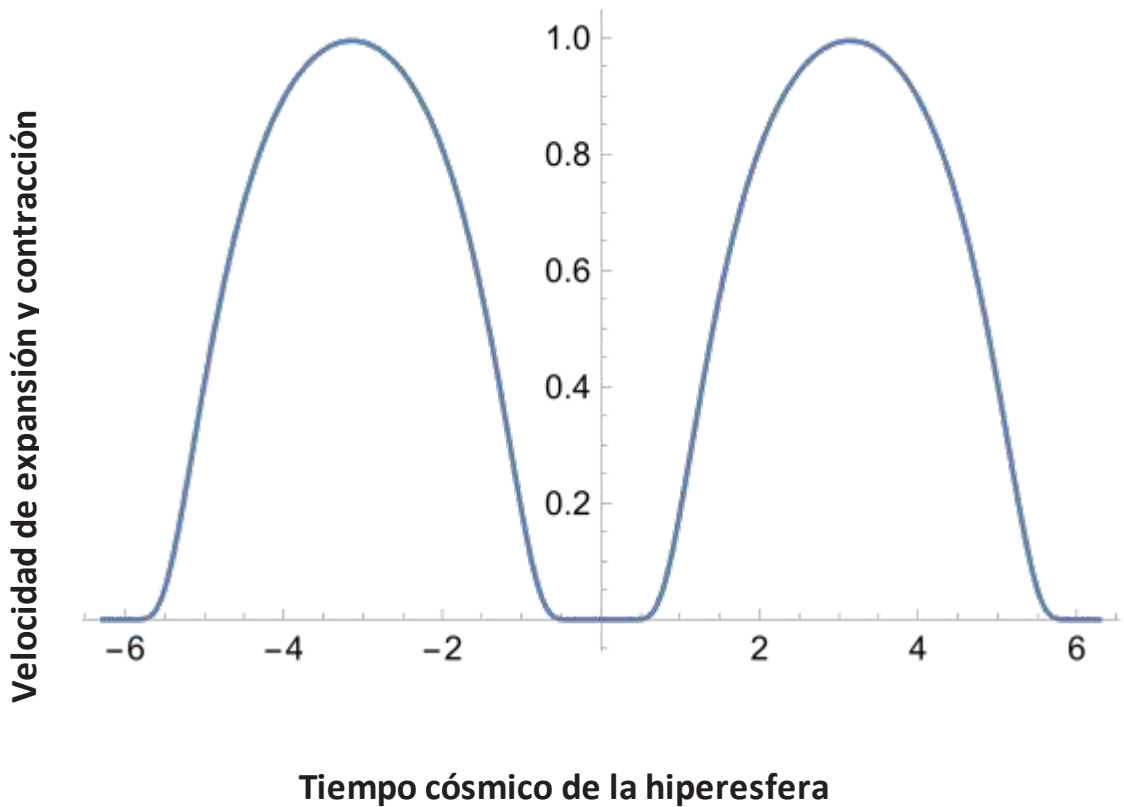


**Figura 30. Grafica comparativa de las energías potencial y cinética del universo pentatoroidal.**

La velocidad de expansión y contracción del Universo  $v_U$  se obtiene de su energía cinética,  $U_C = \frac{1}{2} M_u v_u^2$ , de donde, según (14.15), tenemos:

$$v_u = c \sqrt{2 e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_u^3}{c^4 T^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi\tau}{T}\right)^2}}} \tag{14.16}$$

Su gráfica es:



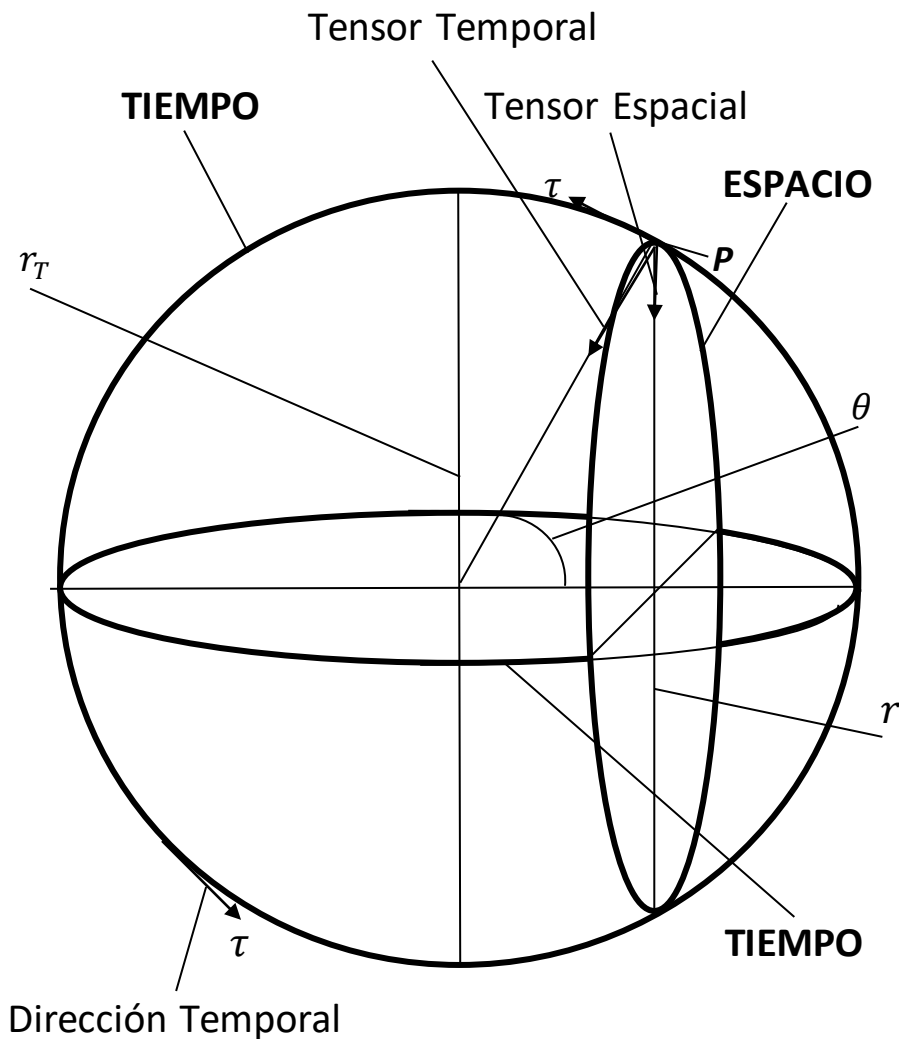
**Figura 31. Gráfica de la velocidad de expansión y contracción del universo pentatoroidal.**

Se observa que en el inicio del Big Bang, la energía potencial del universo es  $M_U c^2$  y su energía cinética es nula. Por un período de tiempo, que en ausencia de parámetros no podemos determinar, el Universo se mantiene en ese estado, con su energía potencial constante y su aceleración y velocidad nulas. Esa fase de transición entre el Big Crunch y el Big Bang es probablemente un proceso de reestructuración del universo, en el que se define las constantes naturales en base a la información que proviene del universo que se contrajo. Una vez concluido ese proceso, la energía potencial se transforma aceleradamente en energía cinética, que da origen a la expansión del nuevo universo, hasta detenerse y comenzar a contraerse, iniciándose un nuevo ciclo de expansión y contracción indefinidamente, en un tiempo circular sin fronteras. La suma de las energías potencial y cinética en cada ciclo permanece constante y es equivalente a  $M_U c^2$ , que como mencionamos es la energía oscura que

expande el universo. La energía permanece constante entre un universo y otro, pero las constantes de la naturaleza pueden variar.

La entropía del universo  $S_u$ , entendida como la tendencia natural al estado de configuración más probable y de acuerdo a la segunda ley de la termodinámica, dentro de un sistema aislado, estaría vinculada con su energía cinética  $U_C$ , de manera que  $S_u = \mathcal{K}U_C$ , donde  $U_C$  está dada por la ecuación (14.), siendo  $\mathcal{K}$  una constante de proporcionalidad, de manera  $0 \leq S_u \leq 1$ , cuya gráfica es la misma que la de la figura 31.

El otro modelo, aparte del de topología pentatoroidal espaciotemporal que acabamos de analizar, es el de topología pentaesférica espaciotemporal que analizaremos a continuación. La siguiente gráfica ilustra este modelo:



**Figura 32. Representación gráfica del universo pentaesférico.**

Las gráficas a continuación son sin escala para  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ , que en este caso representa un ciclo completo del Big Bang al Big Crunch, siendo  $r \geq 0$ .

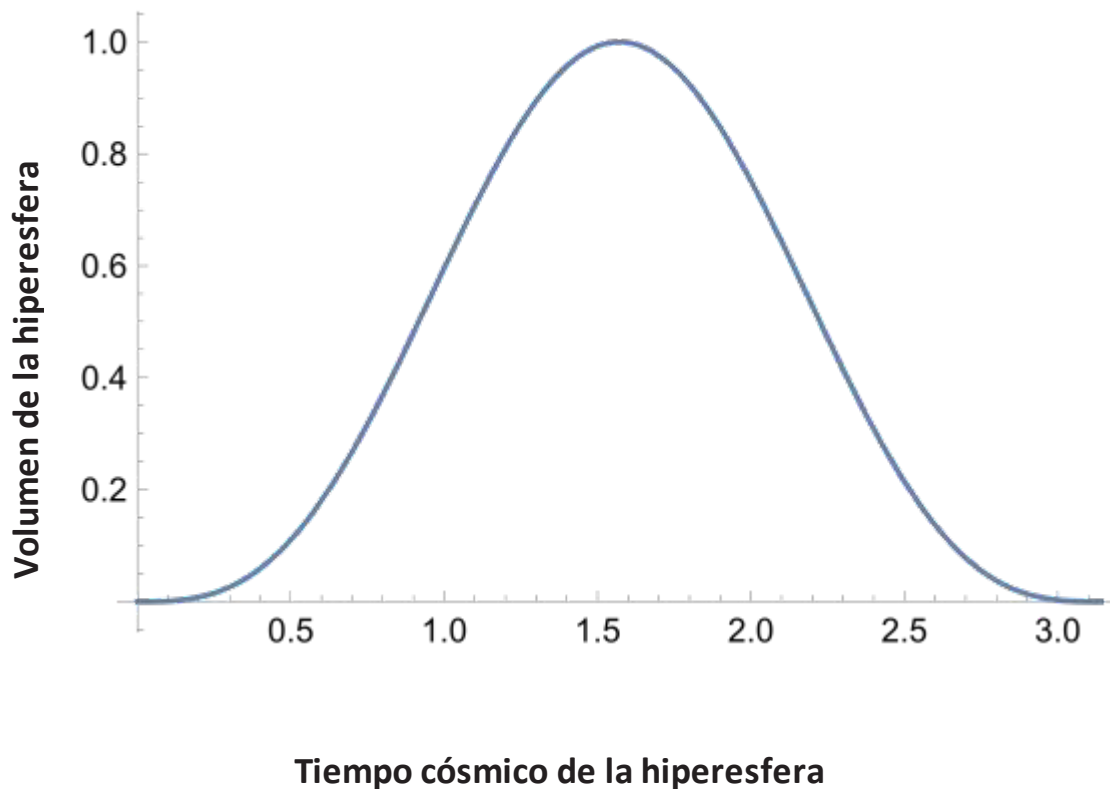
De la figura 32 se desprende que:

$$r = \frac{c\mathcal{J}}{\pi} \operatorname{Sin} \frac{\pi\tau}{\mathcal{J}} \tag{14.14}$$

Su torsión espacial es la misma que la del Universo pentatoroidal, cuya gráfica corresponde a la figura 25. Substituyendo (14.14) en (14.8), el volumen del Universo en este caso estaría dado por:

$$V_U = \frac{8c^3\mathcal{J}^3}{\pi^2} \operatorname{Sin}^3 \frac{\pi\tau}{\mathcal{J}} \tag{14.15}$$

Cuya gráfica es:

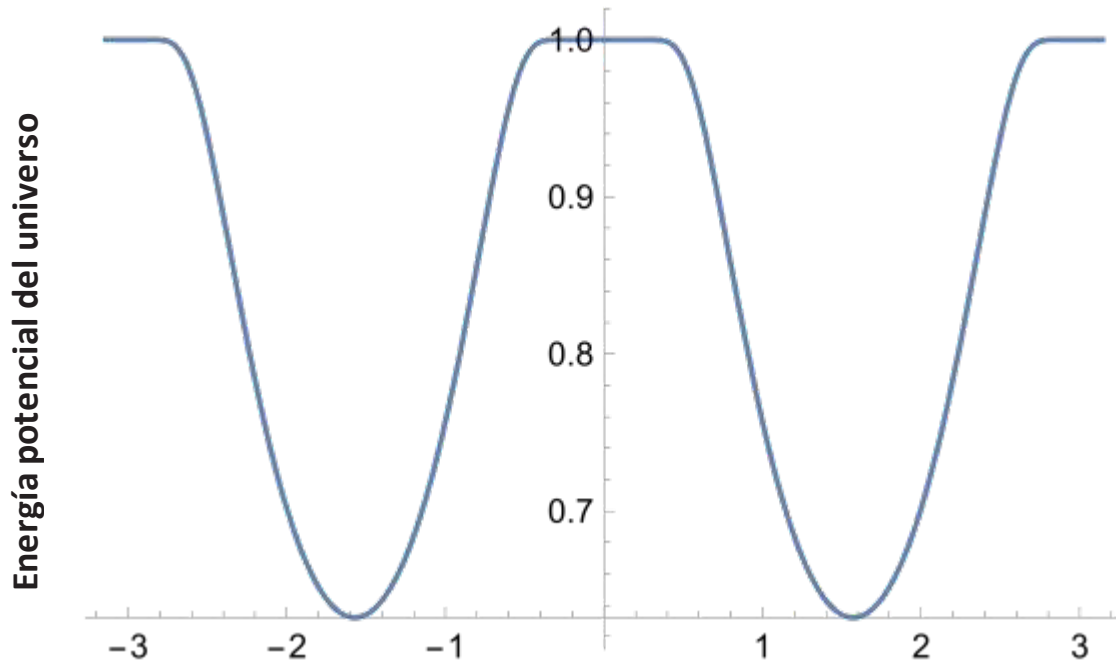


**Figura 33. Gráfica del volumen de la hiperesfera de un Universo pentaesférico.**

Su energía potencial es:

$$U_P = M_u c^2 \left( 1 - e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_u^3}{c^4 \mathcal{J}^2 \text{Sin}^2 \frac{\pi \mathcal{T}}{\mathcal{J}}}} \right) \tag{14.16}$$

Cuya gráfica es:



**Tiempo cósmico de la hiperesfera**

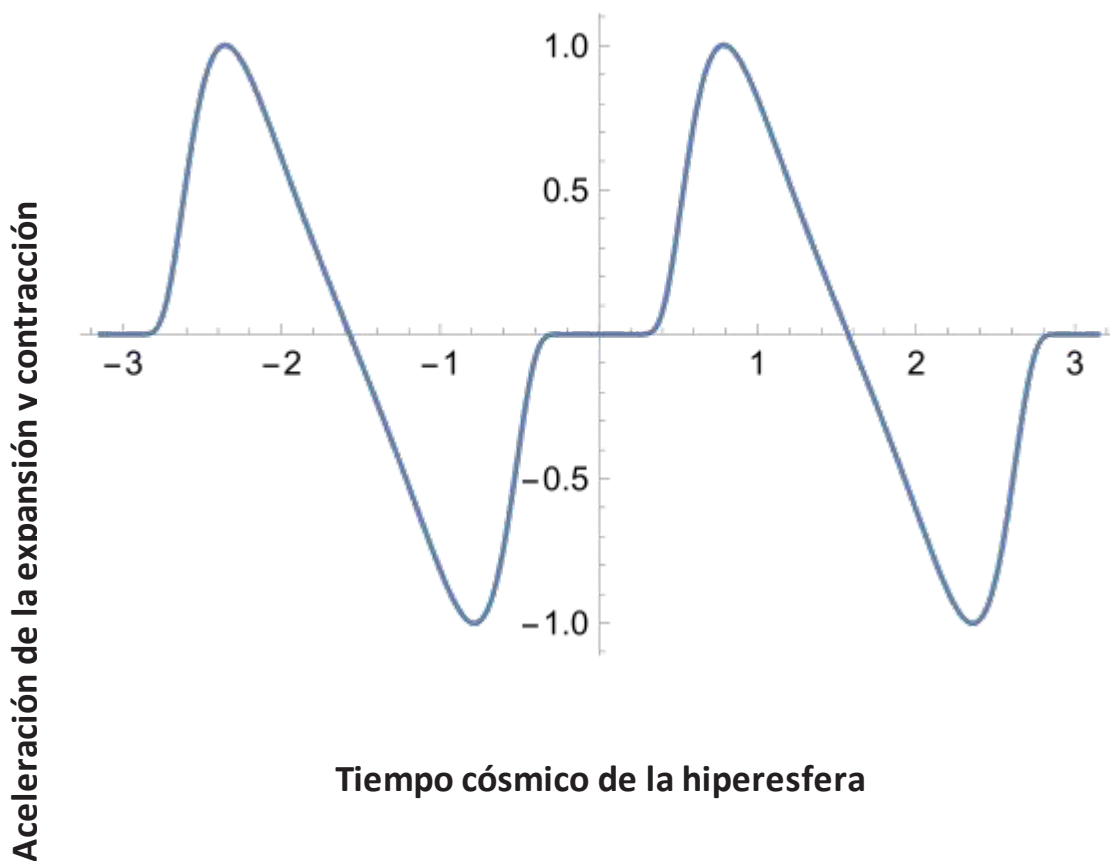
**Figura 34. Gráfica de la energía potencial del universo pentaesférico.**

Derivando (14.16) respecto a  $\tau$  obtenemos la aceleración  $a_U$ :

$$a_U = \frac{2\pi^2 G^2 M_U^3}{c^2 \mathcal{J}^2 \cot \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}} \csc^2 \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}}} e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_U^3}{c^4 \mathcal{J}^2 \sin^2 \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}}}} \quad (14.17)$$

Su gráfica es:



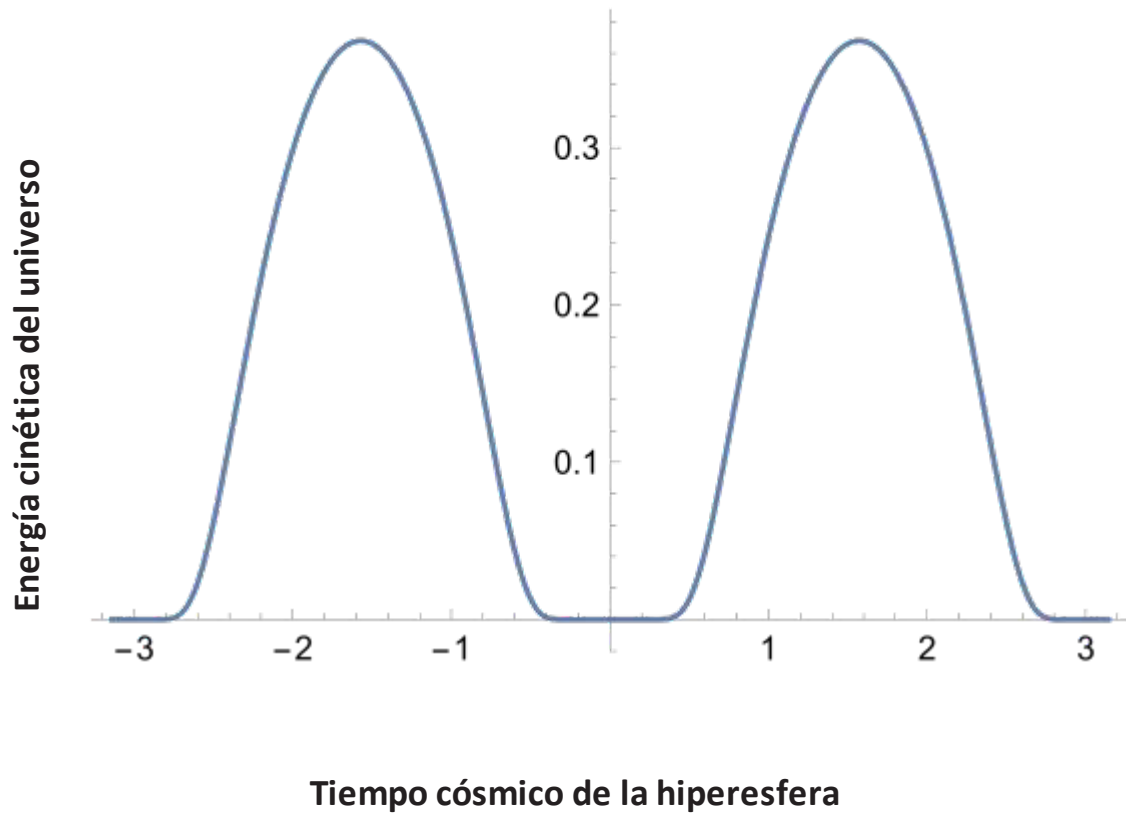


**Figura 35. Gráfica de la aceleración de la expansión y contracción del universo pentaesférico.**

Su energía cinética es:

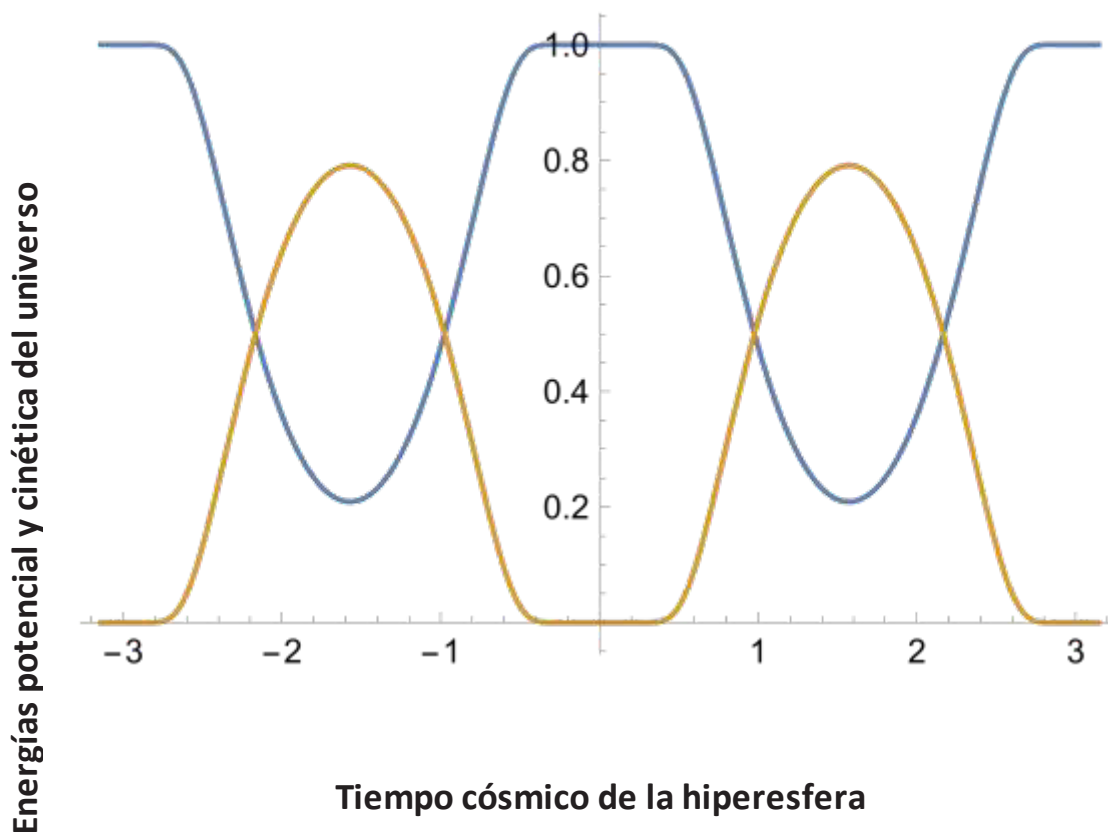
$$U_C = M_u c^2 \left( e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_u^3}{c^4 \mathcal{J}^2 \sin^2 \frac{2\pi\tau}{\mathcal{J}}}} \right) \tag{14.18}$$

Cuya gráfica es:



**Figura 36. Gráfica de la energía cinética del universo pentaesférico.**

Comparando las gráficas de  $U_P$  y  $U_C$  tendremos:

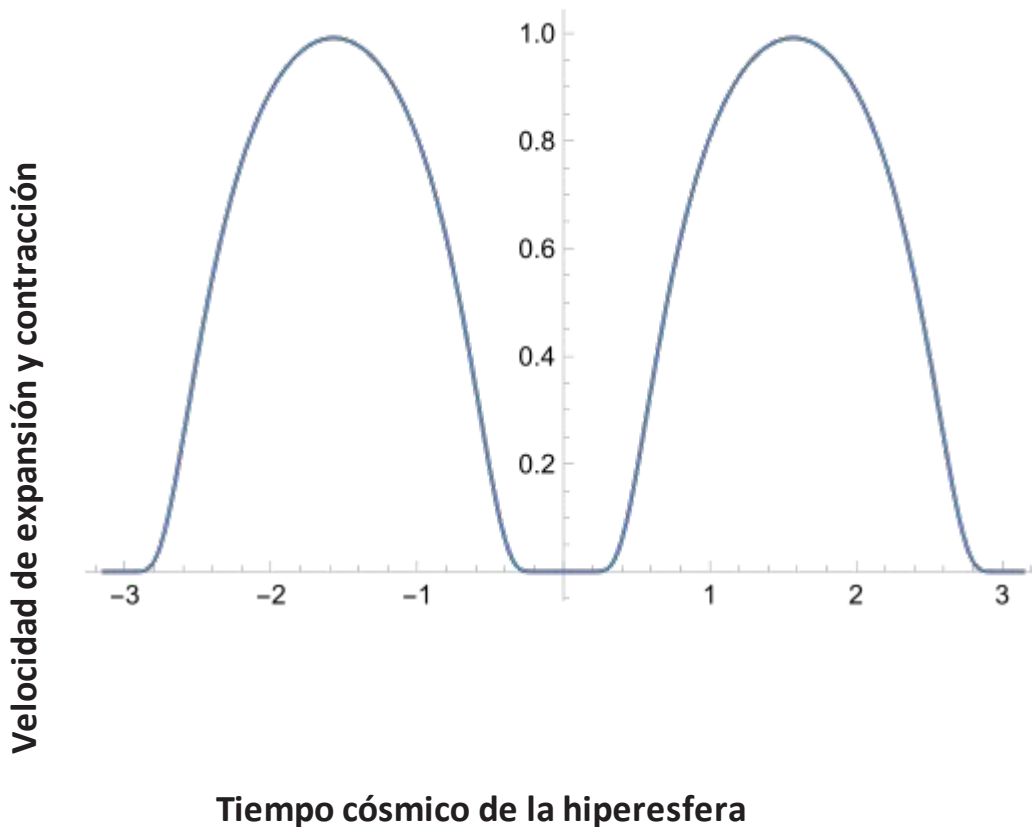


**Figura 37. Gráfica comparativa entre las energías potencial y cinética del universo pentaesférico.**

La velocidad de expansión y contracción del universo  $v_u$  se obtiene de su energía cinética,  $U_c = \frac{1}{2}M_u v_u^2$ , de donde, según (14.18), tenemos:

$$v_u = c \sqrt{2 e^{-\frac{2\pi^2 G^2 M_u^3}{c^4 \mathcal{T}^2 \sin^2 \frac{2\pi\tau}{\mathcal{T}}}}} \tag{14.19}$$

Su gráfica es:



**Figura 38. Gráfica de la velocidad de expansión y contracción del universo pentaesférico.**

De manera análoga al modelo pentatoroidal, la entropía es proporcional a la energía cinética y su gráfica es la misma que la figura 36.

Comparando las gráficas de los modelos pentatoroidal y pentaesférico, observamos que existe una gran semejanza entre ellos. Sólo futuras observaciones podrán determinar si el universo corresponde a alguno de ambos modelos y de ser el caso a cuál de ellos.

### 15. Antientropía.

Todo lo expuesto en la presente investigación se basa en la existencia de niveles de energía y antienergía yuxtapuestos en  $n$  – dimensiones. Sin esta alternancia no podrían existir las partículas elementales ni el universo. La alternancia es una propiedad intrínseca de la naturaleza, esencial para su existencia. La antienergía está estrechamente vinculada a la antimateria, al

antitiempo y la antientropía. Una partícula elemental requiere de antienergía para no estallar bajo los efectos de su propia carga, como se desprende de las ecuaciones, y está asociada a su antipartícula. Así por ejemplo, el electrón está asociado al positrón que es su antipartícula. Asimismo el positrón es una partícula que “viaja” hacia el pasado respecto al electrón [5]. En realidad, el tiempo del positrón transcurre del pasado hacia el futuro respecto a sí mismo, pero en sentido opuesto al tiempo del electrón. Según nuestro modelo de la gravedad, la antienergía de las partículas neutraliza la curvatura espaciotemporal, anulándose completamente en el centro del agujero negro, evitándose la singularidad.

En el caso de la antientropía, vinculada al tiempo, ocurre exactamente lo mismo. La entropía de la antienergía o antimateria, se manifiesta como antientropía para la materia, como resultado de un entrelazamiento entre materia y antimateria, generando orden en la naturaleza. Toda manifestación de orden en el Universo, es producto de la interacción entre materia y antimateria. Toda estructura organizada, como la vida por ejemplo, desde sus estados más simples a los más complejos, su tendencia a la supervivencia y reproducción, es una consecuencia de esta interacción.

### **16. Conclusión.**

Las cargas de una partícula elemental o masa puntual están confinadas en un espacio de infinitas dimensiones con signos positivos y negativos alternados, a escalas de longitud muy reducidas, de las cuales sólo percibimos tres dimensiones a grandes distancias. En el caso de la gravedad, esta alternancia genera una anticurvatura espaciotemporal evitando la singularidad en el centro del agujero negro. Las fuerzas fundamentales de la naturaleza tienen su origen en la energía intrínseca de las partículas. El modelo conduce a una curvatura del tiempo cósmico y a un universo cíclico, en el que se alternan indefinidamente el Big Bang y el Big Crunch. La energía oscura del universo tendría su origen en su energía intrínseca. La entropía en la antimateria se manifestaría como antientropía en la materia y sería el origen del orden en cualquier sistema en la naturaleza.

## REFERENCIAS.

- [1] [http://es.wikipedia.org/wiki/Ley\\_de\\_la\\_inversa\\_del\\_cuadrado](http://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_la_inversa_del_cuadrado)
- [2] <http://revistas.uap.edu.pe/ojs/index.php/CYD/article/view//2165>
- [3] <http://revistas.uap.edu.pe/ojs/index.php/CYD/article/view//2165>
- [4] <http://revistas.uap.edu.pe/ojs/index.php/CYD/article/view//2165>

## BIBLIOGRAFÍA.

1. Arbaiza Escalante, Luis Bertrand & Piscocoya Hermosa, Luis. Nueva definición de “vida”: La “vida” es una reacción en cadena que acumula anti - entropía. Tesis, Año 13, 12(15), 79 – 96, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, UNMSM. Lima, 2019.
1. Alexandrov, A.d. Komologorov, A.n. Laurentiev, M.a. y otros. La matemática: su contenido, métodos y significado. Tomo. I, II y III. Alianza Editorial, S.A. Madrid, 1981.
2. Álvarez Vita, Enrique. La belleza como guía de la ciencia. Revista Tradición, Año XI, N° 11, Universidad Ricardo Palma, URP. Lima, 2011.
3. Álvarez Vita, Enrique. Universos de materia y antimateria. Revista Tradición, Año XIII, N° 13, Universidad Ricardo Palma. Lima, 2013.
4. Álvarez Vita, Enrique. Un esbozo sobre la unificación de las fuerzas fundamentales de la naturaleza y sus implicaciones filosóficas. Revista Evohé, Año III, N° 3, Revista Villarrealina de Filosofía. Lima, 2014.
5. Álvarez Vita, Enrique. Universos fractales de materia y antimateria y el neutrovacío. Revista Ciencia y Desarrollo, volumen 18, número 1, enero – junio 2015. Universidad Alas Peruanas. Lima, 2015.
6. Álvarez Vita, Enrique. Apantallamiento gravitatorio y agujeros negros. Revista Ciencia y Desarrollo, volumen 18, número 2, julio – diciembre 2015. Universidad Alas Peruanas. Lima, 2015.
7. Álvarez Vita, Enrique. La gravedad modificada. Revista Tradición, Año XVI, N° 16, Universidad Ricardo Palma, URP. Lima, 2016.
8. Álvarez Vita, Enrique. Antimater black holes. Journal of Cosmology, Vol. 26, No. 22, pp 15153 – 15183, octubre 2019, USA 2019. Disponible en: /JOC 26/ANTIMATTER BLACK HOLES VITA. pdf