

Interacción de las partículas virtuales de antimateria en las partículas reales y la gravedad

Interaction of virtual antimatter particles on real particles and gravity

Enrique Álvarez¹

RESUMEN

En el presente trabajo proponemos la existencia de subniveles fractales del vacío cuántico, confinados en múltiples dimensiones, que contendrían partículas virtuales de materia y antimateria, las cuales interactúan con las cargas de las partículas reales, afectando también la curvatura espaciotemporal.

Palabras clave: Subniveles fractales del vacío cuántico, n – dimensiones, partículas virtuales de antimateria, potencial newtoniano modificado, métrica de Schwarzschild modificada.

ABSTRACT

In the present work we propose the existence of fractal sub-levels of the quantum vacuum, confined in n – dimensions, which would contain virtual particles of matter and antimatter, which interact with the charges of the real particles, also affecting the space-time curvature.

Keywords: Fractal sublevels of the quantum vacuum, n – dimensions, virtual antimatter particles, modified Newtonian potential, modified Schwarzschild metric.

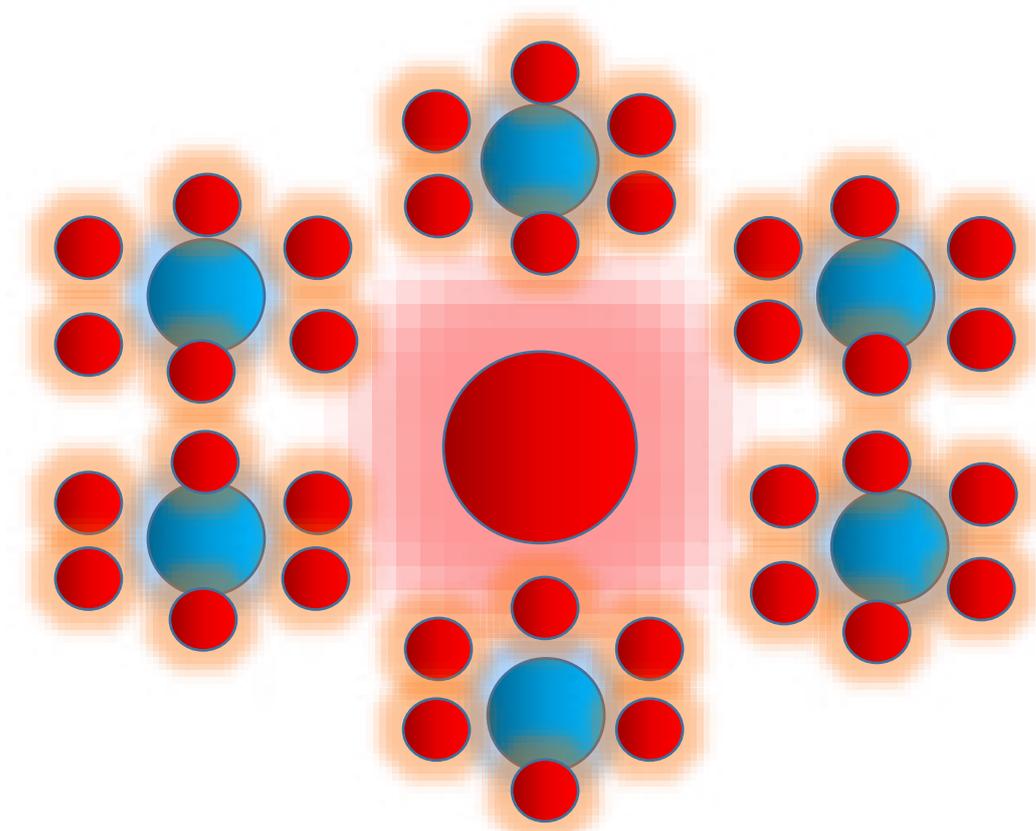
1. Investigador. E-mail: ejualvi@hotmail.com

INTRODUCCIÓN

Analicemos el proceso fractal de una partícula elemental como el electrón, por ejemplo. Este atrae positrones virtuales de antimateria del vacío cuántico que atenúan la carga negativa del electrón, efecto comprobado experimentalmente. En publicaciones anteriores [1], hemos postulado la existencia de subniveles del vacío cuántico conformado por electrones virtuales de un segundo nivel del vacío cuántico que a su vez serían atraídos por los positrones virtuales de un primer nivel del vacío cuántico lo cual atenuaría su efecto. A su vez estos electrones virtuales atraerían positrones virtuales de un tercer nivel que atenuarían también su efecto. Este proceso de interacciones continuaría indefinidamente en una secuencia fractal infinita convergente, neutralizando la carga del electrón a una distancia nula.

La figura 1 nos muestra una representación gráfica del proceso. La partícula real del electrón está representada por una esfera grande de color rojo. Los positrones virtuales del primer nivel del vacío cuántico por esferas menores de color azul alrededor del electrón. Los electrones virtuales del segundo nivel por esferas más pequeñas de color rojo alrededor de los positrones virtuales. La secuencia continúa indefinidamente de modo fractal.

Figura N° 1. Representación gráfica del proceso de interacción de las partículas virtuales de materia y antimateria en los subniveles del vacío cuántico.



1. Electrones y neutrinos.

La fuerza de repulsión F electro gravitatorio que el electrón ejerce sobre sí mismo en el cascarón esférico de radio r está dada por:

$$F = \left(\frac{ke^{-2}}{r^2} - \frac{Gm_e^2}{r^2} \right) \mathbf{r} \quad (1.1)$$

siendo G la constante de gravitación, k la constante coulombiana, e^- la carga eléctrica del electrón, m_e la masa del electrón, r la distancia al centro del electrón y \mathbf{r} un vector unitario orientado desde el centro de la partícula.

La energía potencial electro gravitatoria U_0 del electrón entre dos puntos a y b viene dada por:

$$U_0 = \int_a^b \left(\frac{ke^{-2}}{r^2} - \frac{Gm_e^2}{r^2} \right) \cdot dr = (ke^{-2} - Gm_e^2) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad (1.2)$$

Si multiplicamos y dividimos la ecuación por λ , una longitud vinculada al electrón, por ahora indeterminada, tendremos:

$$U_0 = \left(\frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{a} - \frac{\lambda}{b} \right) \quad (1.3)$$

Hagamos $\lambda/r = \phi_r$, una función de r , de manera que:

$$U_0 = \left(\frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \right) (\phi_a - \phi_b) \quad (1.4)$$

Obtenemos así la energía gravitatoria en función de una nueva variable ϕ_r . De manera análoga, de acuerdo con nuestra hipótesis, la energía U_1 generada por los positrones virtuales en función de ϕ_r , para $n = 1$, estaría dada por:

$$U_1 = \int_{\phi_a}^{\phi_b} - \left(\frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \right) (\phi_a - \phi_b) \cdot d\phi$$

$$U_1 = - \left(\frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \right) \left(\frac{\phi_a^2}{2!} - \frac{\phi_b^2}{2!} \right) \quad (1.5)$$

El cambio de signo se debe a que la energía electro gravitatoria de los positrones es positiva. Del mismo modo, la energía electro gravitatoria de los electrones, para $n = 2$, estaría dada por:

$$U_2 = \int_{\phi_a}^{\phi_b} \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^2}{2!} - \frac{\phi_b^2}{2!} \right) \cdot d\phi =$$

$$- \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^3}{3!} - \frac{\phi_b^3}{3!} \right) \quad (1.6)$$

En general, la energía electro gravitatoria de un nivel n del vacío cuántico estaría dada por:

$$U_n = \int_{\phi_a}^{\phi_b} (-1)^n \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^n}{n!} - \frac{\phi_b^n}{n!} \right) \cdot d\phi =$$

$$(-1)^{n+1} \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^{n+1}}{(n+1)!} - \frac{\phi_b^{n+1}}{(n+1)!} \right) \quad (1.7)$$

La energía potencial electro gravitatoria neta U entre a y b estaría dada por la sumatoria de todas las energías potenciales de enésimo nivel cuando $n \rightarrow \infty$, es decir:

$$U = \sum_{n=0}^{n \rightarrow \infty} (-1)^{n+1} \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^{n+1}}{(n+1)!} - \frac{\phi_b^{n+1}}{(n+1)!} \right) \quad (1.8)$$

Sumando y restando 1 dentro del paréntesis obtenemos:

$$U = \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \left(e^{-\frac{\lambda}{b}} - e^{-\frac{\lambda}{a}} \right) \quad (1.9)$$

Ahora bien, esta ecuación nos da la diferencia de energía potencial electro gravitatoria entre dos puntos situados a distancias a y b del centro del electrón. Podemos asignar un valor a un punto situado a una distancia r de la partícula, para lo cual es necesario elegir un punto de referencia arbitrario al que se le asigna el potencial 0. Para satisfacer esta condición, dicho punto debe hallarse a una distancia infinita. Si asignamos el punto r en a y el infinito en b obtendremos la energía potencial electro gravitatoria en r :

$$U = \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{r}} \right) \quad (1.10)$$

Cuando $r \rightarrow 0$:

$$U = \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \quad (1.11)$$

Ahora bien, en mecánica relativista masa y energía son equivalentes. Eso implica que cualquier sistema físico con energía debería presentar una cierta inercia, de modo que al tratar de mover el electrón éste arrastraría a su campo electro gravitatorio generando así una inercia, que sería vista como una masa efectiva. En consecuencia, la energía del campo electro gravitatorio U de un electrón medida por un observador en reposo es equivalente a su energía intrínseca $E = m_e c^2$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Reemplazando este valor en (1.11) tendremos:

$$m_e c^2 = \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{\lambda} \quad (1.12)$$

de donde:

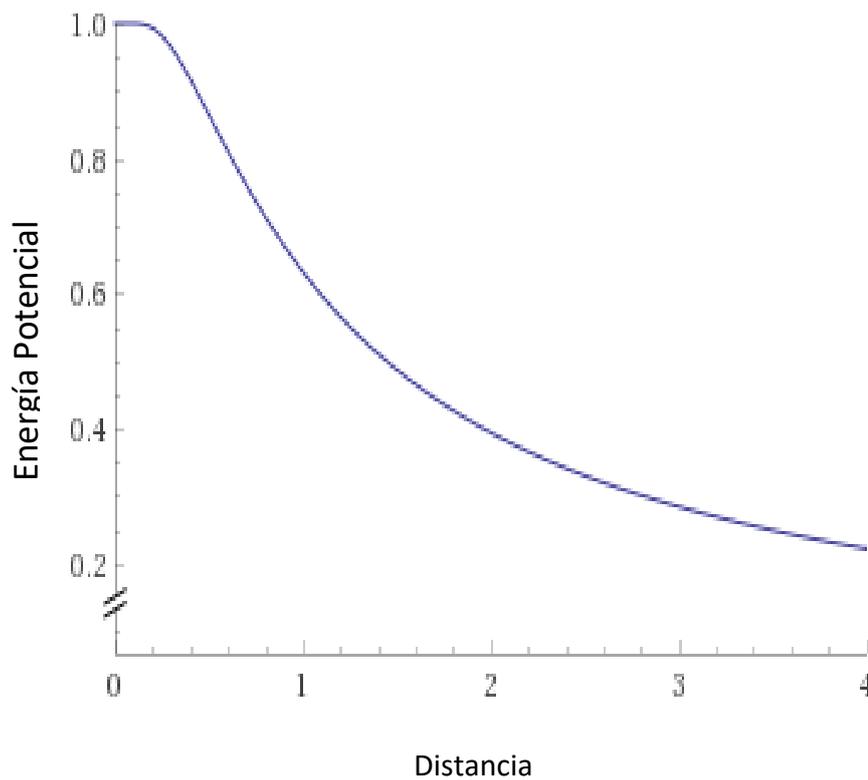
$$\lambda = \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{m_e c^2} = \frac{[\alpha - \alpha_g] \hbar}{m_e c} \quad (1.13)$$

siendo $\alpha = ke^{-2}/\hbar c$ la constante electromagnética de estructura fina electromagnética del electrón, de gran importancia en cosmología, $\alpha_g = Gm_e^2/\hbar c$ la constante de acoplamiento gravitacional del electrón y \hbar la constante reducida de Planck. En la ecuación (1.13), despreciando Gm_e^2 por ser extremadamente débil, obtenemos el radio clásico del electrón r_e . Reemplazando (1.13) en (1.10) tenemos:

$$U = m_e c^2 \left(1 - e^{-\frac{[\alpha - \alpha_g]}{m_e c r}} \right) \tag{1.14}$$

La gráfica de esta ecuación para $[\alpha - \alpha_g]/m_e c = 1$ es:

Figura 2. Gráfica de la energía potencial electro gravitatoria del electrón en función de la distancia propuesta por nosotros.

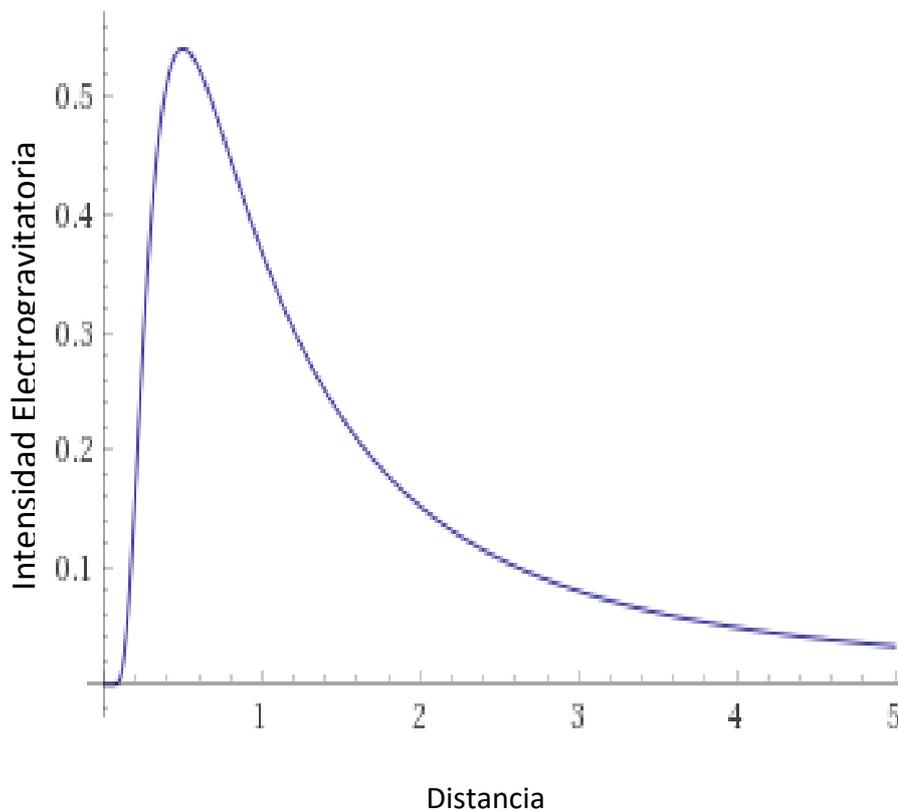


La ecuación (1.14) nos conduce a un valor finito que es precisamente la energía del electrón. Expandiendo la ecuación y despreciando los términos de la serie para distancias relativamente grandes, obtenemos los valores clásicos como caso particular. Derivando la ecuación con respecto a r obtenemos la fuerza electrogravitatoria F autoinducida del electrón a una distancia r :

$$\mathbf{F} = \frac{ke^{-2} - Gm_e^2}{r^2} e^{-\frac{[\alpha - \alpha_g]}{m_e c r}} \mathbf{r} \quad (1.15)$$

cuya gráfica para $[\alpha - \alpha_g]/m_e c = 1$ es la siguiente:

Figura 3. Gráfica de la intensidad de la fuerza electro gravitatoria del electrón en función de la distancia propuesta por nosotros.

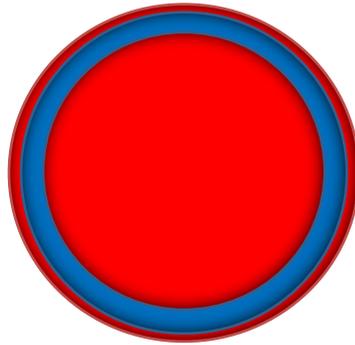


Este resultado es consecuente con el hecho de que el electrón no estalle bajo los efectos de su propia carga eléctrica repulsiva, al neutralizarse la intensidad del campo electro gravitatorio a una distancia nula de la partícula.

Expandiendo el exponencial de la ecuación (1.15), obtenemos una secuencia cuyos denominadores están dados por $1/r^{n+2}$, siendo n el subnivel cuántico. Ahora bien, en la teoría clásica de campos, como el gravitatorio y electrostático, la intensidad del campo en un espacio de N dimensiones, de acuerdo a la ecuación de Poisson [1,2], decrece según la relación $1/r^{N-1}$. En el caso de los positrones virtuales del nivel $n = 1$, el denominador está dado por $1/r^3$, es decir, el positrón virtual sería una esfera de cuatro dimensiones cuyo radio $r \rightarrow 0$. En el caso de los electrones virtuales del nivel $n = 2$, el denominador está dado por $1/r^4$, el electrón virtual sería una esfera de cinco dimensiones cuyo radio $r \rightarrow 0$, y así sucesivamente, lo cual nos conduce a la hipótesis de considerar la partícula real conformada por una secuencia de partículas virtuales de materia y antimateria cuyas cargas están confinadas en espacios de $n -$ dimensiones,

como se ilustra en la figura 4, que representa al electrón con su positrón y electrón virtuales de primer y segundo nivel:

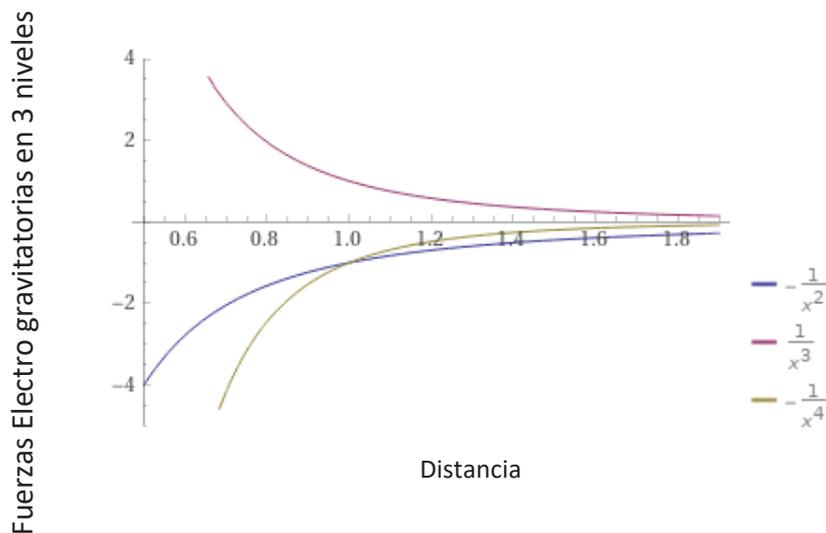
Figura 4. Representación gráfica del electrón real con su positrón y electrón virtuales.



Las figuras 1 y 4 son dos maneras de representar el comportamiento de las partículas virtuales. En la figura 4 se representa al electrón como una partícula real conformada por todas las partículas virtuales de materia y antimateria en un espacio n – dimensional.

A grandes distancias las fuerzas de las dimensiones superiores disminuyen en comparación con las de las dimensiones inferiores, pero a medida que se aproximan de la partícula la situación se invierte, como se ilustra en la figura 5 sin escalas para la carga negativa del electrón de tres dimensiones, color azul, del positrón virtual del primer nivel de cuatro dimensiones, color lila, y del electrón virtual del segundo nivel de cinco dimensiones, color verde.

Figura 5. Gráfica comparativa de las fuerzas del electrón, del positrón virtual y el electrón virtual.



La sumatoria de las cargas de las partículas de todos los niveles y sus dimensiones, se anula en el centro de la partícula, como se muestra en la figura 3. De la ecuación (1.15) se concluye también que las partículas virtuales contenidas en n – dimensiones, cuya interacción se incrementa a escalas muy reducidas a nivel cuántico, interactúan con el espacio tridimensional del cual forman parte, pero con mucho menor intensidad a gran escala, donde se manifiesta la carga de la partícula real de tres dimensiones con mayor intensidad, según la ley de la inversa del cuadrado de la distancia. De allí que nosotros percibamos sólo tres dimensiones de las otras dimensiones que se manifiestan a nivel cuántico. Por eso también que la gravedad sea la interacción dominante a gran escala, pero se modifica en los agujeros negros por la fuerte interacción de las partículas virtuales de antimateria, como veremos más adelante.

La teoría de supercuerdas considera la longitud de Planck como límite y trabajan con diez dimensiones espaciales y una temporal. En el modelo estándar que considera las partículas elementales como puntuales, vamos más allá de la longitud de Planck, donde se manifestarían de manera significativa las otras dimensiones ocultas.

Según el modelo estándar de la física de partículas, el neutrino fue concebido inicialmente como un fermión sin masa ni carga eléctrica. Experimentos posteriores demostraron que el neutrino poseería una masa muy pequeña. En el modelo propuesto, debería poseer también una pequeñísima carga, la suficiente para superar su gravedad, pues de no poseerla el exponencial se tornaría infinito y en consecuencia también su energía. Proponemos que esta carga, al no poseer el neutrino carga eléctrica, sería la carga electrodébil, que además de intervenir en la desintegración beta, es también atractiva o repulsiva.

Ahora bien, si consideramos que la constante de estructura fina del electrón α es 10^{43} mayor que la constante de acoplamiento gravitacional del electrón α_g , podemos despreciar este término en las ecuaciones sin perder precisión, de manera que la intensidad del campo electrostático del electrón E en unidades gaussianas, despreciando el campo gravitatorio extremadamente débil, estaría dada por:

$$E = \frac{e^-}{4\pi\epsilon_0 r^2} e^{-\frac{\alpha\hbar}{m_e c r}} \quad (1.16)$$

que puede referirse también a una carga cualquiera q , siendo ϵ_0 la constante de permitividad en el vacío. La expresión $\alpha\hbar / m_e c$ corresponde al radio clásico del electrón r_e . A grandes distancias el exponencial tiende a la unidad y la ecuación se aproxima a la fórmula de la intensidad del campo electrostático de la física clásica.

El laplaciano Δ o divergencia del gradiente de la energía potencial electrogravitatoria autoinducida del electrón a una distancia r está dado por:

$$\Delta U = -\frac{(ke^{-2} - Gm_e^2)^2}{m_e c^2 r^4} e^{-\frac{[\alpha - \alpha_g] \hbar}{m_e c r}} \quad (1.17)$$

El significado físico de este resultado de signo negativo es que existe un sumidero en el fluido electro gravitatorio en las proximidades del electrón, como consecuencia de la polarización cuántica, a diferencia del modelo clásico donde no hay ni fuentes ni sumideros y por tanto la energía no se disipa y tiende a infinito a medida que la distancia tiende a cero. La energía podría disiparse en el vacío cuántico a través del sumidero.

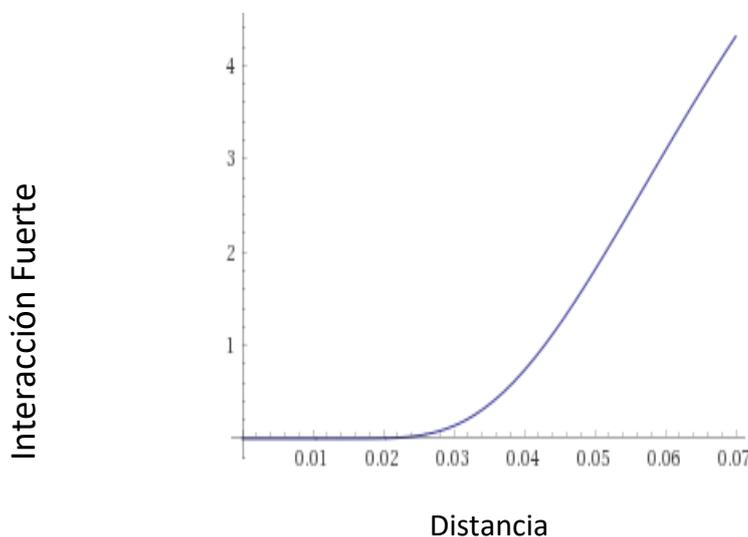
2. Quarks.

La cromodinámica cuántica establece que los bariones están formados por tres quarks con diferentes cargas de color y los mesones por dos quarks. La suma de los colores de bariones y mesones da siempre un color neutro. Los gluones son los bosones que transmiten la información de las cargas de color entre los quarks, los cuales a su vez poseen también cargas de color y son responsables del confinamiento de los quarks y de la libertad asintótica. Proponemos que, al igual que los leptones, este peculiar comportamiento de los quarks también se explicaría por la interacción de sus respectivas partículas virtuales de materia y antimateria de los subniveles fractales del vacío cuántico. En este caso, la fuerza de atracción entre los quarks F_q estaría dada por:

$$F_q = \frac{K\epsilon^2}{r^2} e^{-\frac{K\epsilon^2}{m_q c^2 r}} \quad (2.1)$$

siendo K una constante de acoplamiento fuerte, ϵ la carga de color y m_q la masa del quark. La figura 6 representa la gráfica sin escala de esta fuerza:

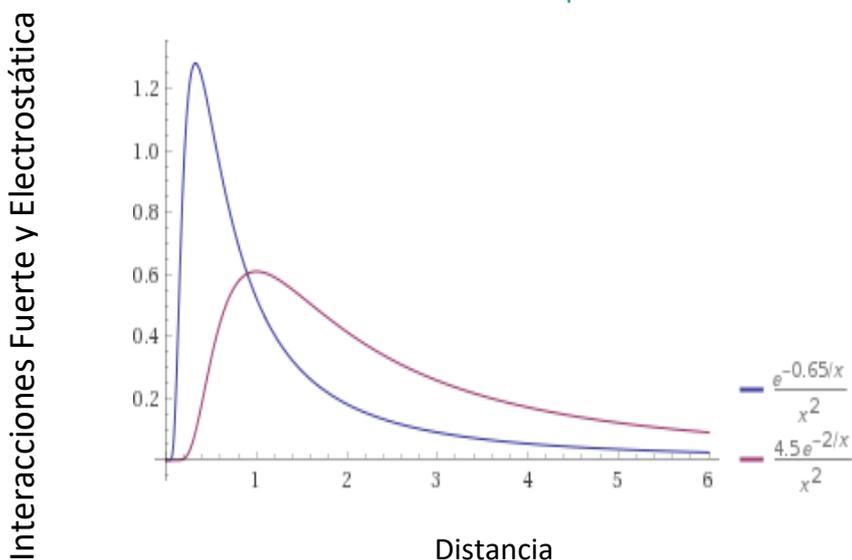
Figura 6. Gráfica sin escala de la fuerza de atracción entre quarks.



Como se aprecia en la gráfica, a cortas distancias la fuerza de atracción entre quarks es prácticamente nula y los quarks se mueven libremente. A medida que aumenta la distancia entre ellos, la fuerza aumenta de modo proporcional. Esta coincidencia con la libertad asintótica de la cromodinámica cuántica, se debe precisamente a que las antipartículas virtuales de materia y antimateria, en este caso de los quarks, producen apantallamientos y anti apantallamientos en las cargas de color. Pero según el modelo propuesto, este comportamiento se produce en todas las interacciones, incluida la gravedad, como veremos más adelante.

La figura 7 muestra la gráfica comparativa sin escalas de las interacciones fuerte de los quarks y electrostática de los protones:

Figura 7. Gráfica comparativa sin escala entre las interacciones fuerte de los quarks y electrostática de los protones.



En la figura, la interacción fuerte de los quarks está representada en color azul y la electrostática de los protones en color rojo. A partir de cierta distancia la interacción fuerte comienza a disminuir, convirtiéndose en la fuerza residual que mantiene unidos a los neutrones y a estos con los protones, que hace que el núcleo se mantenga unido. La interacción fuerte se hace más débil con la distancia hasta igualar a la repulsión eléctrica de los protones en el punto de intersección. A partir de la línea punteada hacia la derecha, la repulsión eléctrica de los protones es más intensa que la interacción fuerte y los protones se repelen, pero la presencia de los neutrones permite la cohesión del núcleo. La fuerza electrostática neutraliza la débil fuerza residual de los quarks, haciendo que su efecto se limite a distancias cortas.

Analicemos la energía de los quarks dentro de los nucleones. El protón P está conformado por dos quarks up (u), con carga eléctrica de $+2e^-/3$ cada uno, y un

quark *down* (*d*) con carga eléctrica de $-e/3$. Por consiguiente, la energía de un protón E_p según nuestro modelo estaría dada por:

$$E_p = 2 m_{qu} c^2 \left(1 - e^{-\frac{K\epsilon^2 + \frac{4}{9}ke^{-2} - Gm_{qu}^2}{m_{qu}c^2r}} \right) + m_{qd} c^2 \left(1 - e^{-\frac{K\epsilon^2 + \frac{1}{9}ke^{-2} - Gm_{qd}^2}{m_{qd}c^2r}} \right) \quad (2.2)$$

El neutrón N posee dos quarks *down* y un quark *up*, y su energía E_N estaría dada por:

$$E_N = m_{qu} c^2 \left(1 - e^{-\frac{K\epsilon^2 + \frac{4}{9}ke^{-2} - Gm_{qu}^2}{m_{qu}c^2r}} \right) + 2 m_{qd} c^2 \left(1 - e^{-\frac{K\epsilon^2 + \frac{1}{9}ke^{-2} - Gm_{qd}^2}{m_{qd}c^2r}} \right) \quad (2.3)$$

Cuando $r \rightarrow 0$, la energía del protón está dada por:

$$E_p = (2m_{qu} + m_{qd})c^2 \quad (2.4)$$

Y la del neutrón por:

$$E_N = (m_{qu} + 2m_{qd})c^2 \quad (2.5)$$

3. Cargas vectoriales.

Proponemos que las cargas de las interacciones fundamentales pueden representarse por medio de vectores complejos, definidos por un campo euclidiano n – dimensional de vectores reales y sus correspondientes vectores imaginarios. El álgebra de vectores complejos posee las mismas propiedades del álgebra de vectores reales. Haremos una brevísima introducción al álgebra de vectores complejos, un área muy amplia que escapa al objeto de la presente investigación. La figura 8 representa un vector complejo:

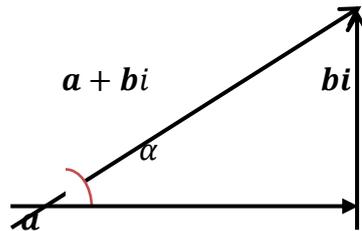


Figura 8. Representación gráfica de un vector complejo.

La suma de dos vectores complejos $a + bi$ y $c + di$ está dada por:

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i \quad (4.1)$$

Es decir, la suma de dos vectores complejos está dada por la suma vectorial de los vectores reales, que representa su componente real, y la suma vectorial de los vectores imaginarios, que representa su componente imaginaria. El argumento del vector complejo viene dado por:

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ac + bd) \cos \theta} \quad (4.2)$$

Si ambos vectores forman entre sí un ángulo θ , su producto escalar está dado por:

$$(a + bi) \cdot (c + di) = [(a \cdot c - b \cdot d) + (a \cdot d + b \cdot c)] \cos \theta = [(ac - bd) + (ad + bc)i] \cos \theta \quad (4.3)$$

y su producto vectorial por:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{a} + b\mathbf{i}) \times (\mathbf{c} + d\mathbf{i}) &= [(\mathbf{a} \times \mathbf{c} - \mathbf{b} \times \mathbf{d}) + (\mathbf{a} \times \mathbf{d} + \mathbf{b} \times \mathbf{c})\mathbf{i}] = \\
 &[(ac - bd) + (ad + bc)\mathbf{i}] \sin \theta \mathbf{u} \qquad (4.4)
 \end{aligned}$$

siendo \mathbf{u} un vector unitario perpendicular al plano formado por los vectores complejos a dextrorsum.

En la forma polar de radio unitario el producto escalar de dos vectores complejos $e^{i\alpha}\mathbf{u}$ y $e^{i\beta}\mathbf{u}$ que forman entre sí un ángulo θ está dado por:

$$e^{i\alpha}\mathbf{u} \cdot e^{i\beta}\mathbf{u} = e^{i(\alpha+\beta)} \cos \theta \qquad (4.5)$$

y su producto vectorial por:

$$e^{i\alpha}\mathbf{u} \times e^{i\beta}\mathbf{u} = e^{i(\alpha+\beta)} \operatorname{sen} \theta \mathbf{u} \qquad (4.6)$$

Podemos representar, por ejemplo, las cargas eléctricas por medio de dos vectores reales unitarios, $e^{i\alpha}\mathbf{u}$ y $e^{i\beta}\mathbf{u}$, que forman entre sí un ángulo $\theta = 0^\circ$ o $\theta = 180^\circ$. Si en la ecuación (5.4) $\alpha = \beta = 0$ o $\alpha = \beta = \pi$, que son los valores positivos o negativos de las cargas eléctricas, y $\theta = 0^\circ$, el producto escalar estará dado por:

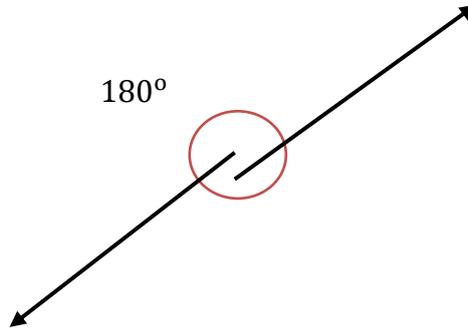
$$e^0\mathbf{u} \cdot e^0\mathbf{u} = e^0 \cos 0^\circ = e^{i\pi}\mathbf{u} \cdot e^{i\pi}\mathbf{u} = e^{2i\pi} \cos 0^\circ = +1 \qquad (4.7)$$

es decir, las cargas se repelen. Si $\theta = 180^\circ$ el producto escalar estará dado por:

$$\begin{aligned}
 e^0\mathbf{u} \cdot e^0\mathbf{u} &= e^0 \cos 180^\circ = e^{i\pi}\mathbf{u} \cdot e^{i\pi}\mathbf{u} = \\
 e^{2i\pi} \cos 180^\circ &= -1 \qquad (4.8)
 \end{aligned}$$

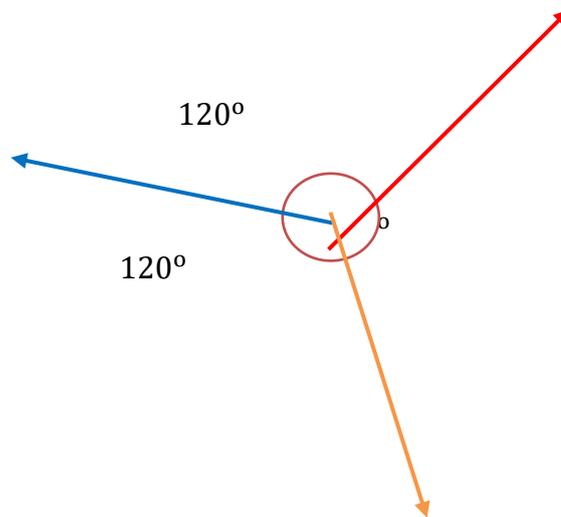
y las cargas se atraerán, como se ilustra en la figura 9. Este es el comportamiento de las cargas electrostáticas y de las cargas de color con sus respectivos anticolores:

Figura 9. Representación vectorial de dos cargas electrostáticas opuestas.



Los bariones poseen tres quarks cuyas cargas están representadas por los colores rojo, azul y verde (o rojo, azul y amarillo). De acuerdo con la cromodinámica cuántica, la suma de los tres colores debe dar blanco. Del mismo modo podemos representar las cargas de color por medio de tres vectores reales unitarios $e^{i\alpha}\mathbf{u}$, $e^{i\beta}\mathbf{u}$, $e^{i\gamma}\mathbf{u}$, que forman entre sí un ángulo de 120° como se ilustra en la figura 10, donde $\alpha = \beta = \gamma = 0$ o $\alpha = \beta = \gamma = \pi$, que definen la carga de color y su anti color:

Figura 10. Representación vectorial de las cargas de los quarks de un hadrón.



La suma de los tres vectores es nula, al igual que la suma de los tres colores da blanco, así como la suma de dos vectores es igual al tercero con el signo contrario, del mismo modo que la suma de dos colores es igual al anti color del otro color. Si en la ecuación (4.5), $\theta = 120^\circ$, el producto escalar de un vector con cualquiera de los otros dos estará dado por:

$$e^0\mathbf{u} \cdot e^0\mathbf{u} = e^0 \cos 120^\circ = e^{i\pi}\mathbf{u} \cdot e^{i\pi}\mathbf{u} =$$

$$e^{2i\pi} \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} \tag{4.9}$$

Si a este valor le sumamos el producto escalar del primer vector con el vector restante tendremos:

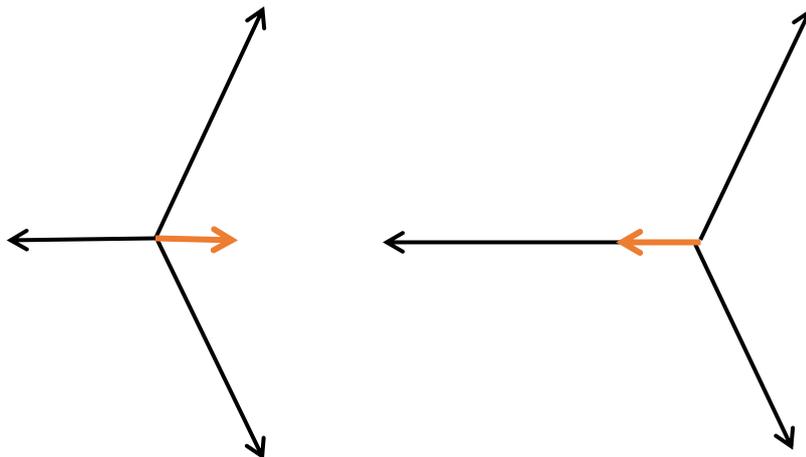
$$2e^0 \mathbf{u} \cdot e^0 \mathbf{u} = 2e^0 \cos 120^\circ = 2e^{i\pi} \mathbf{u} \cdot e^{i\pi} \mathbf{u} = 2e^{2i\pi} \cos 120^\circ = -1 \quad (4.10)$$

igualdad que puede expresarse también como:

$$e^0 \mathbf{u} \cdot (e^0 \mathbf{u} + e^0 \mathbf{u}) = e^0 \mathbf{u} \cdot e^0 \mathbf{u} = e^0 \cos 180^\circ = e^{i\pi} \mathbf{u} \cdot (e^{i\pi} \mathbf{u} + e^{i\pi} \mathbf{u}) = e^{i\pi} \mathbf{u} \cdot e^{i\pi} \mathbf{u} = e^{i\pi} \cos 180^\circ = -1 \quad (4.11)$$

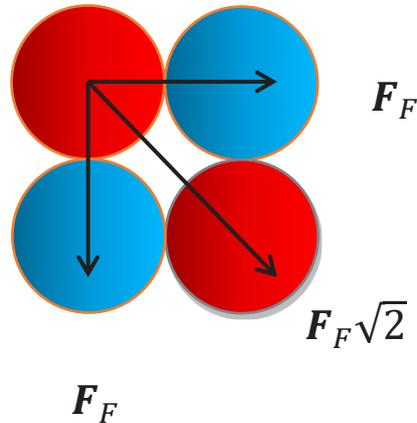
Es decir, las cargas de color serán siempre atractivas. La proximidad de dos nucleones, protones o neutrones, en un átomo, produce una ligera asimetría en cada nucleón, dando lugar a un pequeño vector resultante en ambos nucleones en sentido opuesto uno del otro, representados en color rojo, que es la fuerza residual fuerte que une a los nucleones y neutraliza la carga eléctrica repulsiva de los protones a través de los neutrones, como se ilustra en la figura 11.

Figura 11. Representación gráfica vectorial de la fuerza residual fuerte entre dos nucleones.



Esta fuerza F_F es inferior a la fuerza eléctrica repulsiva de los protones F_E , pero la presencia de los neutrones dispuestos de la manera que se muestra en la figura 12, en la que los protones están representados por las esferas rojas y los neutrones por las azules, neutraliza la fuerza repulsiva de los protones manteniendo la unión de los nucleones:

Figura 12. Gráfica de las fuerzas de enlace entre dos protones y dos neutrones

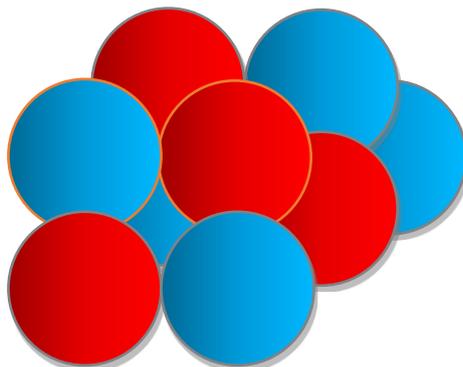


Como $F_F < E_E$, la presencia de dos neutrones dispuestos como se ilustra en la figura 11, nos dan una resultante $F_F\sqrt{2}$. Siendo que F_F es una fuerza residual que, a diferencia de la fuerza fuerte, decrece con el inverso del cuadrado de la distancia, de acuerdo a publicaciones anteriores citadas en la bibliografía, para mantener unidos los nucleones, se debe cumplir que:

$$\frac{kF_E}{(r\sqrt{2})^2} < \frac{kF_F\sqrt{2}}{(r\sqrt{2})^2} = F_E < F_F\sqrt{2} \quad (4.12)$$

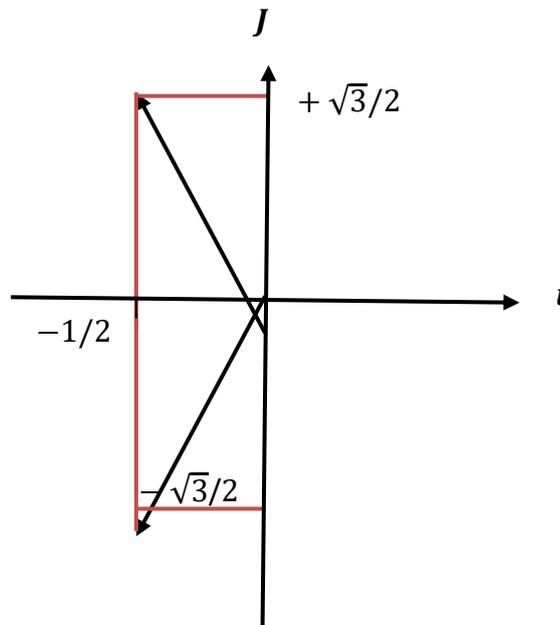
donde k es una constante de proporcionalidad y r la distancia entre los nucleones. Esto da como resultado un empaquetamiento cúbico de los nucleones en el átomo, que es la que explica la presencia de neutrones que hacen posible la unión de los protones, como se muestra por ejemplo en la figura 13, que representa el átomo de berilio, el isótopo más estable de cuatro protones y cinco neutrones:

Figura 13. Gráfica del compactamiento cúbico entre los nucleones del átomo de berilio.



Representemos ahora los vectores unitarios de las tres cargas de los quarks en el plano vectorial \mathbf{i} , \mathbf{j} , como se muestra en la figura 14.

Figura 14. Representación vectorial de las cargas unitarias de los quarks.

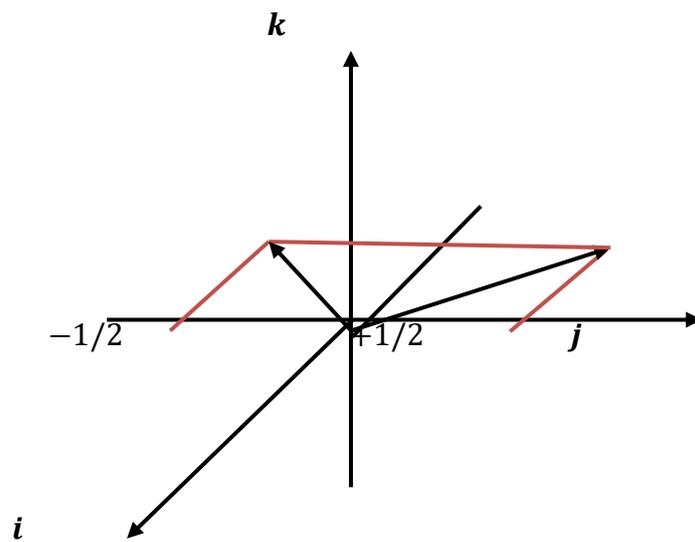


Si asignamos por convención a una de las cargas el valor de \mathbf{i} , las otras dos serán $-\frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$ y $-\frac{1}{2}\mathbf{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$. Podemos girar los tres vectores sobre el origen 0 en cualquier dirección, manteniendo entre ellos un ángulo de 120° ; la suma y el producto escalar continuarán siendo los mismos. La carga se distribuye por igual entre los tres vectores, independiente de la posición que adopten. Son indistinguibles entre sí, con las mismas propiedades y una configuración completamente simétrica. Por convención, adoptaremos la posición de la figura 14.

La representación vectorial se aplica también en la cromodinámica cuántica, según la cual los quarks cambian continuamente de color. Este cambio se efectúa a través de los gluones, que son partículas mensajeras que transportan la información del color de un quark al otro. A diferencia de los fotones, los gluones poseen cargas de color, en combinaciones de dos colores compuestos por un color y el anticolor de cualquiera de los otros dos colores. Cuando un quark envía un gluón mensajero, debe cambiar de color para pagar el color que se lleva el gluón. De manera que, un quark rojo puede emitir un gluón rojo - antiazul y transformarse en azul. Del mismo modo, un quark verde que absorbe un gluón azul - antiverde pasa a ser azul. Y así en los demás casos. Representemos por medio de vectores esta interacción. Si designamos los colores rojo, azul y verde por los vectores \mathbf{R} , \mathbf{A} y \mathbf{V} respectivamente, tendremos en el primer caso $\mathbf{R} - (\mathbf{R} - \mathbf{A}) = \mathbf{A}$, y en el segundo $\mathbf{V} + (\mathbf{A} - \mathbf{V}) = \mathbf{A}$. Los vectores dentro del paréntesis representan la carga del color compuesto del gluón.

Hemos visto que la repulsión o atracción entre dos cargas están dados por la ecuación (4.5) Ahora bien, se ha comprobado experimentalmente que las cargas de color no ejercen ninguna acción sobre las cargas eléctricas, lo que significa que el producto escalar de sus respectivos vectores debe ser nulo, es decir, deben formar un ángulo de 90° entre sí, puesto que $\cos 90^\circ = 0$. De modo que podemos representar las cargas unitarias de color y electrostática en un espacio vectorial i, j, k , donde k representa la carga electrostática, como se ilustra en la figura 15.

Figura 15. Representación vectorial de las cargas unitarias de los quarks y electrostática.



Como señalamos anteriormente, los protones están constituidos por dos quarks *up* (*u*), con cargas eléctricas de $+2e^-/3$ cada uno, y un quark *down* (*d*), con carga eléctrica de $-e^-/3$, y los neutrones por un quark *u* y dos quarks *d*. En consecuencia, las cargas de color y eléctrica de los quarks *u* estarán dadas por:

$$u = \left(i + \frac{2}{3}k, -\frac{1}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2}j + \frac{2}{3}k, -\frac{1}{2}i - \frac{\sqrt{3}}{2}j + \frac{2}{3}k \right) \quad (4.13)$$

y del quark *d* por:

$$d = \left(i - \frac{1}{3}k, -\frac{1}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2}j - \frac{1}{3}k, -\frac{1}{2}i - \frac{\sqrt{3}}{2}j - \frac{1}{3}k \right) \quad (4.14)$$

Por tanto, la carga del protón P (uud) estará dada por:

$$\left(\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{k}\right) + \left(-\frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j} + \frac{2}{3}\mathbf{k}\right) + \left(-\frac{1}{2}\mathbf{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j} - \frac{1}{3}\mathbf{k}\right) = +\mathbf{k} \quad (4.15)$$

y la del neutrón N (udd) por:

$$\left(\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{k}\right) + \left(-\frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j} + \frac{1}{3}\mathbf{k}\right) + \left(-\frac{1}{2}\mathbf{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j} - \frac{1}{3}\mathbf{k}\right) = \mathbf{0} \quad (4.16)$$

Los mesones se representan de modo similar. Por ejemplo, el pión positivo π^+ ($u\bar{d}$) está dado por:

$$\left(\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{k}\right) - \left(\mathbf{i} - \frac{1}{3}\mathbf{k}\right) = +\mathbf{k} \quad (4.17)$$

y el pión negativo π^- ($d\bar{u}$) por:

$$\left(\mathbf{i} - \frac{1}{3}\mathbf{k}\right) - \left(\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{k}\right) = -\mathbf{k} \quad (4.18)$$

Si en la ecuación (4.5) $\alpha = \beta = \pi/2$ y $\theta = 0^\circ$, el producto escalar de dos vectores unitarios estará dado por:

$$e^{i\pi/2}\mathbf{u} \cdot e^{i\pi/2}\mathbf{u} = e^{i\pi} \cos 0^\circ = -1 \quad (4.19)$$

y las cargas se atraen. Éste es precisamente el comportamiento de la fuerza gravitatoria entre dos masas de materia, que es siempre atractiva. Como $e^{i\pi/2} = i$, el signo de la carga gravitatoria de una masa es i , por tanto, el signo de una masa gravitatoria m es mi , a diferencia de la masa inercial m . La intensidad \mathbf{g} del campo gravitatorio de una masa Mi a una distancia r de su centro viene dada por:

$$\mathbf{g} = \frac{GMi}{r^2} \mathbf{r} \quad (4.20)$$

donde \mathbf{r} es un vector direccional que define la naturaleza vectorial del campo gravitatorio. La fuerza de atracción gravitatoria \mathbf{F} entre dos masas M y m está dada por:

$$\mathbf{F} = \frac{G(Mi)(mi)}{r^2} \mathbf{r} = -\frac{GMm}{r^2} \mathbf{r} \quad (4.21)$$

Una masa de antimateria es la misma masa con signo negativo. En consecuencia, la fuerza gravitatoria entre dos masas de antimateria $-M$ y $-m$ viene dada por:

$$\mathbf{F} = \frac{G(-Mi)(-mi)}{r^2} \mathbf{r} = -\frac{GMm}{r^2} \mathbf{r} \quad (4.22)$$

Es decir, dos masas de antimateria se atraen gravitatoriamente, al igual que dos masas de materia. Si las cargas gravitatorias forman entre ellas un ángulo $\theta = 180^\circ$, su producto escalar estará dado por:

$$e^{i\pi/2} \mathbf{u} \cdot e^{i\pi/2} \mathbf{u} = e^{i\pi} \cos 180^\circ = +1 \quad (4.23)$$

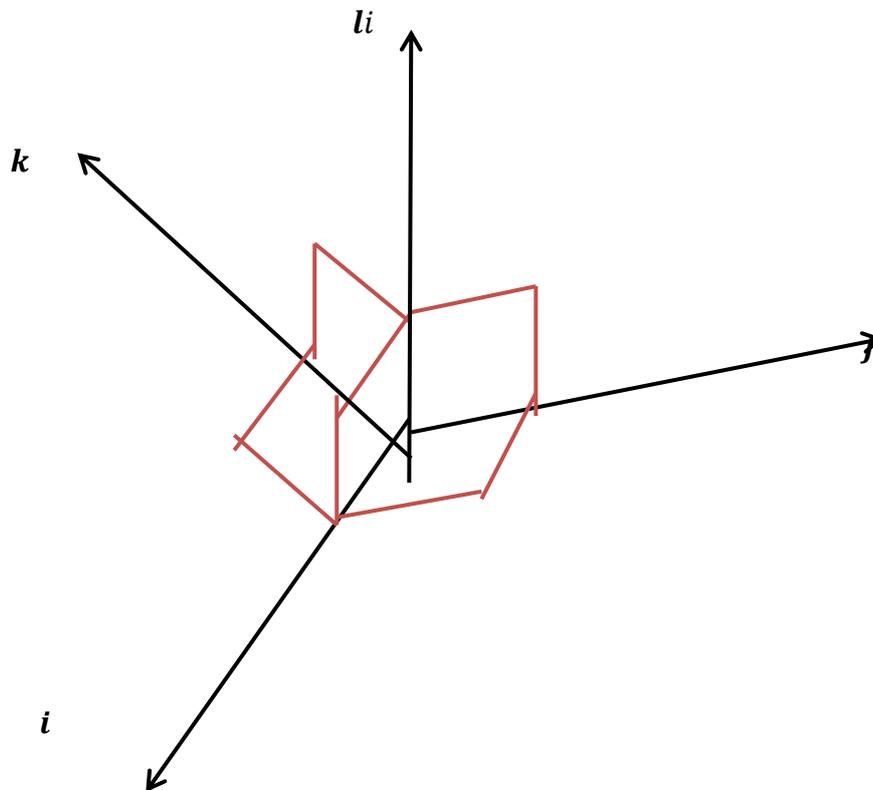
y las cargas se repelen. La fuerza gravitatoria entre una masa de materia y otra de antimateria viene dada por:

$$\mathbf{F} = \frac{G(-Mi)(mi)}{r^2} \mathbf{r} = \frac{G(Mi)(-mi)}{r^2} \mathbf{r} = +\frac{GMm}{r^2} \mathbf{r} \quad (4.24)$$

Es decir, la fuerza gravitatoria entre una masa de materia y otra de antimateria es repulsiva. Es importante señalar que la representación vectorial de las cargas de las interacciones es de carácter matemático, las que adquieren un significado físico real con el producto escalar, que se manifiesta como fuerza o energía potencial.

Se comprueba experimentalmente que la fuerza gravitatoria no interactúa con las demás fuerzas, de manera que podemos representar la carga gravitatoria unitaria por medio de un vector imaginario li , perpendicular a las cargas unitarias reales \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} , en un campo vectorial complejo de cuatro dimensiones, como se ilustra en la figura 16.

Figura 16. Representación de un campo vectorial complejo en cuatro dimensiones de las cargas cromodinámica, electrostática y gravitatoria de una partícula



5. Potencial newtoniano modificado.

Antes de abordar la gravedad según la relatividad general, la cual se basa en el potencial newtoniano clásico, debemos determinar en qué medida las partículas virtuales de antimateria afectan dicho potencial. Según el modelo propuesto, las cargas de los quarks y electrones, que son las partículas elementales que conforman los átomos, atraen sus respectivas antipartículas virtuales. Estas partículas virtuales de antimateria están presentes en el átomo y poseen una simetría CPT (carga, paridad y tiempo) invertida, generando una antigravedad. Su tiempo transcurre del pasado hacia el futuro, pero en sentido opuesto a las partículas de materia, de manera que neutralizan parcialmente la curvatura espaciotemporal generado por el campo gravitatorio de una masa. Esta distorsión del espacio tiempo está definida por una modificación en los coeficientes de la métrica de Schwarzschild, como veremos más adelante.

De modo análogo al cálculo realizado por nosotros para determinar la influencia de las partículas virtuales de antimateria en las interacciones de las cargas electrostáticas de los electrones, procederemos también a calcular la influencia de estas partículas virtuales en la interacción gravitatoria. Consideremos una masa M de simetría esférica y estática. La fuerza de atracción gravitatoria que la masa ejerce sobre sí misma en el cascarón esférico de radio r está dada por:

$$\mathbf{F} = -\frac{GM^2}{r^2} \mathbf{r} \quad (5.1)$$

El signo negativo indica la orientación de la fuerza dirigida hacia el centro de M . La energía potencial gravitatoria E_0 entre dos puntos a y b está dada por:

$$E_0 = \int_a^b -\frac{GM^2}{r^2} \cdot dr = -GM \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad (5.2)$$

Si multiplicamos y dividimos la ecuación por λ , una longitud vinculada a M , por ahora indeterminada, tendremos:

$$E_0 = -\frac{GM^2}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{a} - \frac{\lambda}{b} \right) \quad (5.3)$$

Hagamos $\lambda/r = \phi_r$, una función de r , de manera que:

$$E_0 = -\frac{GM^2}{\lambda} (\phi_a - \phi_b) \quad (5.4)$$

Obtenemos así la energía gravitatoria en función de una nueva variable ϕ_r . De manera análoga, de acuerdo con nuestra hipótesis, la energía E_1 generada por los positrones virtuales en función de ϕ_r , para $n = 1$, estaría dada por:

$$E_1 = \int_{\phi_a}^{\phi_b} -\frac{GM^2}{\lambda} (\phi_a - \phi_b) \cdot d\phi = \frac{GM^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^2}{2!} - \frac{\phi_b^2}{2!} \right) \quad (5.5)$$

El cambio de signo se debe a que la energía gravitatoria de los positrones es positiva. Del mismo modo, la energía gravitatoria de los electrones, para $n = 2$, estaría dada por:

$$E_2 = \int_{\phi_a}^{\phi_b} \frac{GM^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^2}{2!} - \frac{\phi_b^2}{2!} \right) \cdot d\phi = -\frac{GM^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^3}{3!} - \frac{\phi_b^3}{3!} \right) \quad (5.6)$$

En general, la energía gravitatoria de un nivel n del vacío cuántico estaría dada por:

$$E_n = \int_{\phi_a}^{\phi_b} (-1)^n \frac{GM^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^n}{n!} - \frac{\phi_b^n}{n!} \right) \cdot d\phi =$$

$$(-1)^{n+1} \frac{GM^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^{n+1}}{(n+1)!} - \frac{\phi_b^{n+1}}{(n+1)!} \right) \quad (5.7)$$

La energía potencial gravitatoria neta E entre a y b estaría dada por la sumatoria de todas las energías potenciales gravitatorias de enésimo nivel cuando $n \rightarrow \infty$, es decir:

$$E = \sum_{n=0}^{n \rightarrow \infty} (-1)^{n+1} \frac{GM^2}{\lambda} \left(\frac{\phi_a^{n+1}}{(n+1)!} - \frac{\phi_b^{n+1}}{(n+1)!} \right) \quad (5.8)$$

Sumando y restando 1 dentro del paréntesis obtenemos:

$$E = - \frac{GM^2}{\lambda} \left(e^{-\frac{\lambda}{b}} - e^{-\frac{\lambda}{a}} \right) \quad (5.9)$$

Ahora bien, esta ecuación nos da la diferencia de energía potencial gravitatoria entre dos puntos situados a distancias a y b del centro de M . Podemos asignar un valor a un punto situado a una distancia r de la masa, para lo cual es necesario elegir un punto de referencia arbitrario al que se le asigna el potencial 0. Para satisfacer esta condición, dicho punto debe hallarse a una distancia infinita. Si asignamos el punto r en a y el infinito en b obtendremos la energía potencial gravitatoria en r :

$$E = - \frac{GM^2}{\lambda} \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{r}} \right) \quad (5.10)$$

O bien:

$$E = \frac{GM^2}{\lambda} \left(e^{-\frac{\lambda}{r}} - 1 \right) \quad (5.11)$$

Esta energía es siempre negativa. Cuando $r \rightarrow 0$, entonces:

$$E = - \frac{GM^2}{\lambda} \quad (5.12)$$

que es una cantidad finita. Anteriormente definimos λ como una longitud vinculada a M . Podemos elegir λ de manera que $M/\lambda = k$, siendo k una constante que define el vínculo entre M y λ , luego GM/λ será también otra constante equivalente al cuadrado de una velocidad. Ahora bien, la única velocidad constante en la naturaleza es la velocidad de la luz, de modo que podemos asumir que $GM/\lambda = c^2$, de donde $\lambda = GM/c^2$. Reemplazando este valor en la ecuación (5.12) tenemos:

$$E = - Mc^2 \quad (5.13)$$

Substituyendo el valor $\lambda = GM/c^2$ en la ecuación (5.11) tendremos:

$$E = Mc^2 \left(e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1 \right) \quad (5.14)$$

ecuación similar a la ecuación (1.14) de la energía del electrón modificada, con signo negativo:

$$U = m_e c^2 \left(1 - e^{-\frac{ke^{-2}}{m_e c^2 r}} \right) \quad (5.15)$$

en función de la constante coulombiana.

Expandiendo el exponencial:

$$E = -\frac{GM^2}{r} + \frac{G^2M^4}{2!r^2} - \dots \quad (5.16)$$

Despreciando el segundo término en adelante por tratarse de distancias relativamente grandes tendremos:

$$E \approx \frac{GM^2}{r} \quad (5.17)$$

que es la ecuación de la energía potencial gravitatoria en el límite newtoniano como caso particular. Dividiendo la ecuación (5.17) por M obtendremos el potencial newtoniano gravitatorio V de M en r :

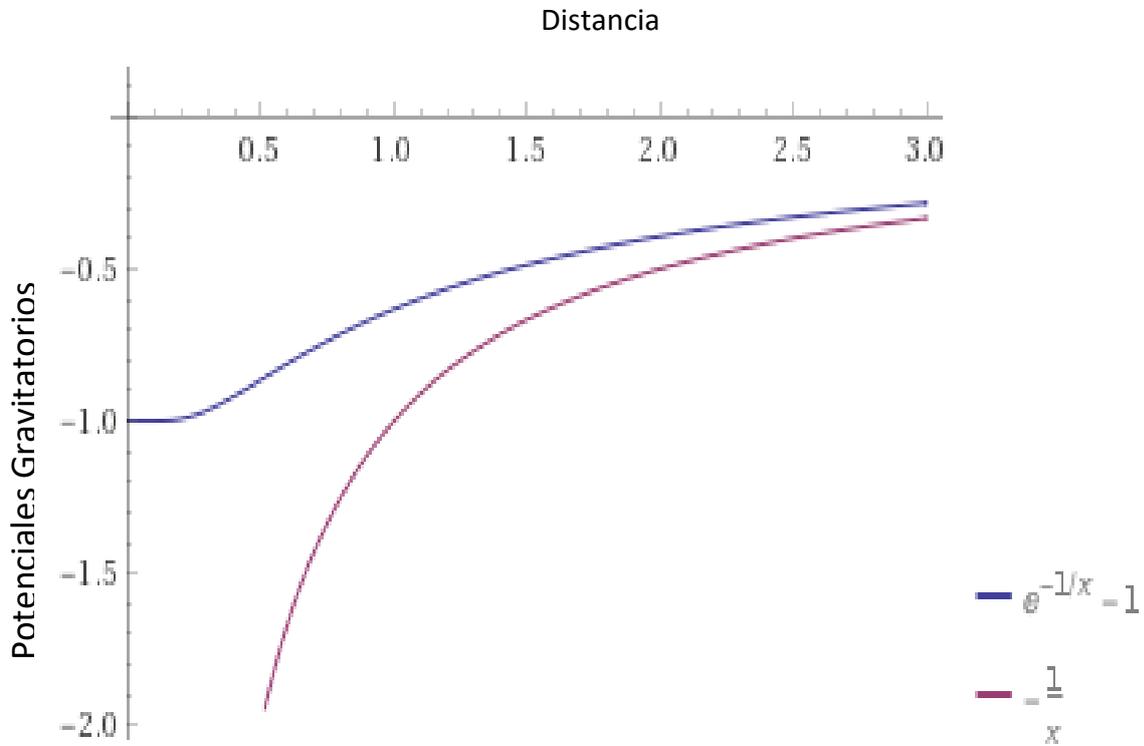
$$V \approx -\frac{GM}{r} \quad (5.18)$$

Dividiendo la ecuación (5.14) por M obtendremos el potencial newtoniano gravitatorio modificado V de M en r :

$$V = c^2 \left(e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1 \right) \quad (5.19)$$

La gráfica de la figura 17, para $GM/c^2 = 1$, muestra los potenciales gravitatorios newtoniano clásico en lila y modificado en azul, en función de la distancia al centro del agujero negro:

Figura 17. Gráfica comparativa entre los potenciales gravitatorio newtoniano clásico en azul y modificado en rojo en función de la distancia al centro del agujero negro.



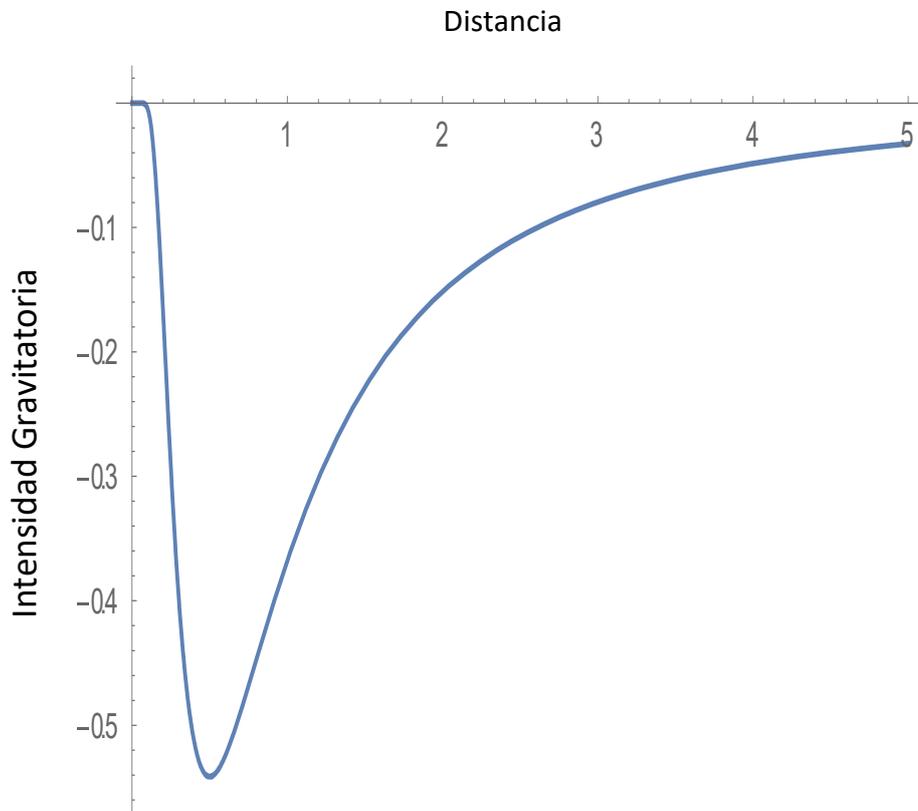
Derivando las ecuaciones (5.18) y (5.19) respecto a r obtendremos la intensidad \mathbf{g} del campo gravitatorio newtoniano clásico y modificado:

$$\mathbf{g} \approx -\frac{GM}{r^2} \mathbf{r} \quad (5.20)$$

$$\mathbf{g} = -\frac{GM}{r^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \mathbf{r} \quad (5.21)$$

cuya gráfica es:

Figura 18. Gráfica de la intensidad del campo gravitatorio modificado.



El modelo propuesto plantea que todas las interacciones fundamentales de la naturaleza tienen su origen en la energía intrínseca de las partículas $E = mc^2$, de la cual se derivan cada una de las fuerzas como gradientes diferenciados de esa energía. La expresión general de estas fuerzas estaría dada por la siguiente relación:

$$\mathbf{F} = \frac{\Phi\psi^2}{r^2} e^{-\frac{\Phi\psi^2}{mc^2 r}} \mathbf{r} \quad (5.22)$$

siendo Φ una constante de proporcionalidad vinculada a la partícula y ψ la carga de la partícula, que en el caso de la gravedad es la masa de la partícula.

6. Métrica de Schwarzschild modificada.

Consideremos una masa estática M de simetría esférica. La métrica en coordenadas (r, t) para una masa sin rotación y en ausencia de campo gravitatorio respecto a sí misma en el cascarón esférico de radio r es la métrica de Minkowski:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 \quad (6.1)$$

Derivando con respecto al tiempo propio τ tendremos:

$$c^2 = c^2 \dot{t}^2 - \dot{r}^2 \quad (6.2)$$

En presencia de un campo gravitacional tendremos:

$$c^2 = Ac^2 \dot{t}^2 - B\dot{r}^2 \quad (6.3)$$

donde A y B son coeficientes por determinar que definen la curvatura espaciotemporal. Se demuestra que $Ac^2 \dot{t}$ es una constante igual a la energía relativista por unidad de masa, es decir, $Ac^2 \dot{t} = E/M$, de donde $\dot{t}^2 = E^2/A^2 M^2 c^4$. Reemplazando este valor en la ecuación (6.3) obtenemos:

$$c^2 = \frac{E^2}{AM^2 c^2} - B\dot{r}^2 \quad (6.4)$$

Resolviendo:

$$E^2 = AM^2 c^4 + ABM^2 c^2 \dot{r}^2 \quad (6.5)$$

De esta ecuación vamos a obtener la energía potencial gravitatoria de M . Restando $M^2 c^4$ y dividiendo por $2M c^2$ tenemos:

$$\frac{E^2 - M^2 c^4}{2M c^2} = E_\varphi = \frac{AM c^2}{2} + \frac{ABM \dot{r}^2}{2} - \frac{M c^2}{2} \quad (6.6)$$

siendo E_φ una nueva energía. Ahora bien, podemos determinar valores para A y B de manera que E_φ represente la energía potencial gravitatoria de M respecto a sí misma, es decir:

$$E_\varphi = \frac{AM c^2}{2} + \frac{ABM \dot{r}^2}{2} - \frac{M c^2}{2} \approx -\frac{GM^2}{r} + \frac{M \dot{r}^2}{2} \quad (6.7)$$

según la ecuación (6.6) más la energía cinética de M . Para satisfacer la ecuación anterior $ABM\dot{r}^2/2$ debe ser igual a la energía cinética de M , es decir, $ABM\dot{r}^2/2 = M\dot{r}^2/2$, por tanto $AB = 1$, de donde $B = 1/A$. Como M es una masa estática, en reposo sin rotación, $\dot{r} = 0$ y $M\dot{r}^2/2 = 0$, luego:

$$E_\varphi = \frac{AMc^2}{2} - \frac{Mc^2}{2} \approx -\frac{GM^2}{r} \quad (6.8)$$

de donde:

$$A \approx 1 - \frac{2GM}{c^2r} \quad (6.9)$$

Sustituyendo la ecuación (6.9) en la ecuación (6.3) tendremos la métrica de Schwarzschild para una masa estática de simetría esférica en coordenadas (t, r) :

$$c^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2r}\right) c^2 \dot{t}^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2r}\right)^{-1} \dot{r}^2 \quad (6.10)$$

Schwarzschild obtuvo los coeficientes A y B por otro método basado en el análisis tensorial para un tensor de Ricci $R_{uv} = 0$ y en el potencial newtoniano $-GM/r$ como una solución exacta a las ecuaciones de campo de Einstein.

Si sustituimos $-GM^2/r$ por la ecuación (5.14) tendremos:

$$E_\varphi = \frac{AMc^2}{2} - \frac{Mc^2}{2} = Mc^2 \left(e^{-\frac{GM}{c^2r}} - 1 \right) \quad (6.11)$$

de donde:

$$A = 2e^{-\frac{GM}{c^2r}} - 1 \quad (6.12)$$

Reemplazando este valor en la ecuación (6.10) tendremos la métrica de Schwarzschild modificada:

$$c^2 = \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right) c^2 \dot{t}^2 - \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-1} \dot{r}^2 \quad (6.13)$$

Si en la métrica de Schwarzschild sustituimos el potencial newtoniano por el potencial newtoniano modificado de la ecuación (5.19) obtendremos el mismo resultado. Esta sustitución es importante porque la relatividad general está basada en el potencial newtoniano GM/r , que tiende a infinito cuando $r \rightarrow 0$, de manera que la curvatura espaciotemporal también tienda a infinito cuando $r \rightarrow 0$. Con el potencial newtoniano modificado se evita la singularidad espaciotemporal en la relatividad general. En las métricas para agujeros negros en rotación y con carga eléctrica, así como todas las métricas basadas en el potencial newtoniano, debe reemplazarse este potencial por el potencial newtoniano modificado.

7. Geodésicas.

El elemento de línea viene dado por:

$$ds^2 = -Ac^2 \dot{t}^2 + B\dot{r}^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}\theta d\phi^2 \quad (7.1)$$

$$(x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, r, \theta, \phi)$$

donde A y B son los coeficientes de la métrica modificada de Schwarzschild. Definamos A' y B' como las derivadas de A y B respectivamente respecto a r , siendo sus valores:

$$A' = \frac{2GM}{c^2 r^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \quad (7.2)$$

$$B' = -\frac{2GM}{c^2 r^2} \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \quad (7.3)$$

El tensor métrico es:

$$g_{uv} = \begin{bmatrix} -A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \text{sen}^2 \theta \end{bmatrix}$$

Los símbolos de Christoffel son:

$$\Gamma_{pq}^0 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{A'}{2A} & 0 & 0 \\ \frac{A'}{2A} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Gamma_{pq}^1 = \begin{bmatrix} \frac{A'}{2B} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B'}{2B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r}{B} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-r \operatorname{sen}^2 \theta}{B} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{pq}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\operatorname{sen} \theta \cos \theta \end{bmatrix} \quad \Gamma_{pq}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} \\ 0 & 0 & 0 & \cot \theta \\ 0 & \frac{1}{r} & \cot \theta & 0 \end{bmatrix}$$

La ecuación para encontrar las geodésicas es:

$$\ddot{x}^r + \Gamma_{pq}^r \dot{x}^p \dot{x}^q = 0 \tag{7.4}$$

En el presente caso:

$$\ddot{t} + \frac{A'}{A} \dot{t} \dot{r} = 0 \tag{7.5}$$

$$\ddot{r} + \frac{A'}{2B} \dot{t}^2 + \frac{B'}{2B} + \dot{r}^2 - \frac{r}{B} (\dot{\phi}^2 + \operatorname{sen}^2 \theta) \dot{\phi}^2 \tag{7.6}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{2}{r} \dot{r} \dot{\theta} - \operatorname{sen} \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 = 0 \tag{7.7}$$

$$\ddot{\phi} + \frac{2}{r} \dot{r} \dot{\phi} + 2 \cot \theta \dot{\phi} \dot{\theta} = 0 \tag{7.8}$$

8. Ecuaciones de movimiento y precesión de la órbita de los planetas.

La métrica de Minkowski con simetría esférica en coordenadas (t, r, θ, ϕ) y en ausencia de campo es:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta d\phi^2 \quad (8.1)$$

En presencia de campo y asumiendo que la métrica no depende del tiempo y adoptando el gauge estándar, en donde la métrica no es afectada en los términos del diferencial del ángulo sólido, tendremos la métrica de Schwarzschild modificada:

$$ds^2 = \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right) c^2 dt^2 - \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta d\phi^2 \quad (8.2)$$

El lagrangiano \mathcal{L} de esta ecuación es:

$$\mathcal{L} = c = \left[\left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right) c^2 \dot{t}^2 - \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\theta}^2 - r^2 \sin\theta \dot{\phi}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.3)$$

En la ecuación de movimiento para t , para una masa m que gira alrededor de una masa M , como $\partial\mathcal{L}/\partial t = 0$, entonces se tiene que $d(\partial\mathcal{L}/\partial \dot{t})/d\tau = 0$. Es decir, $\partial\mathcal{L}/\partial \dot{t} = cte$. Dicha constante es la energía relativista por unidad de masa m :

$$\left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right) c^2 \dot{t} = \frac{E}{m} \quad (8.4)$$

Cuando $r \rightarrow \infty$ se debe tener que $\left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right) \rightarrow 1$, de manera que nos encontramos en la métrica de Minkowski con $E = m\gamma c^2$, siendo $\dot{t} = r = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, donde v es la velocidad de m respecto a un observador. En la ecuación de movimiento para ϕ , como $\partial\mathcal{L}/\partial \phi = 0$ entonces se tiene que $d(\partial\mathcal{L}/\partial \dot{\phi})/d\tau = 0$. Es decir $\partial\mathcal{L}/\partial \dot{\phi} = cte$. Dicha constante es el momento angular relativista l por unidad de masa:

$$r^2 \sin^2\theta \dot{\phi} = \frac{l}{m} \quad (8.5)$$

Se puede demostrar que el movimiento entre dos cuerpos está en un plano. Para $\theta = \pi/2$, en la ecuación (8.3) tenemos:

$$c^2 = \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right) c^2 \dot{t}^2 - \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 \quad (9.6)$$

Reemplazando las ecuaciones (8.4) y (8.5) en la ecuación (8.6) tendremos:

$$c^2 = \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-1} \frac{E^2}{m^2 c^2} - \left(2e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - 1\right)^{-1} \dot{r}^2 - \frac{l^2}{m^2 r^2} \quad (8.7)$$

Despejando E^2 , restando $m^2 c^4$ y dividiendo por $2mc^2$ en la ecuación (8.7) tendremos una nueva energía E_ϕ que es la energía potencial gravitatoria de m respecto a M en r :

$$E_\phi = mc^2 e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - mc^2 + \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{l^2}{mr^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - \frac{l^2}{2mr^2} \quad (8.8)$$

Derivando respecto a τ tenemos:

$$0 = \frac{GMm}{r^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \dot{r} + m\dot{r}\ddot{r} + \frac{GMl^2}{mc^2 r^4} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \dot{r} - \frac{2l^2}{mr^3} \dot{r} + \frac{l^2}{m^2 r^3} \dot{r} \quad (8.9)$$

Despejando \dot{r} :

$$\dot{r} = -\frac{GM}{r^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - \frac{GMl^2}{m^2 c^2 r^4} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} + \frac{2l^2}{m^2 r^3} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - \frac{l^2}{m^2 r^3} \quad (8.10)$$

Por otro lado la expresión para la aceleración radial a_r viene dada por $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\sin^2\theta\dot{\phi}^2$. Si consideramos $\theta = \pi/2$ tendremos:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 \quad (8.11)$$

Teniendo en cuenta que $l = mr^2\dot{\phi}$ y la ecuación (8.11) tenemos:

$$a_r = -\frac{GM}{r^2} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - \frac{GMl^2}{m^2 c^2 r^4} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} + \frac{2l^2}{m^2 r^3} e^{-\frac{GM}{c^2 r}} - \frac{2l^2}{m^2 r^3} \quad (8.12)$$

Esta es la ecuación exacta de la aceleración radial de m respecto a M Expandiendo el exponencial en la ecuación tenemos:

$$a_r = -\frac{GM}{r^2} + \frac{G^2 M^2}{c^2 r^3} - \dots - \frac{GMl^2}{m^2 c^2 r^4} + \frac{G^2 M^2 l^2}{m^2 c^2 r^5} - \dots + \frac{2l^2}{m^2 r^3} - \frac{2GMl^2}{m^2 c^2 r^4} + \frac{G^2 M^2 l^2}{m^2 c^4 r^5} - \dots - \frac{2l^2}{m^2 r^3} \quad (8.13)$$

Despreciando en las series los términos para distancias relativamente grandes tenemos:

$$a_r \approx -\frac{GM}{r^2} \left(1 + \frac{3l^2}{m^2 c^2 r^2}\right) + \frac{G^2 M^2}{c^2 r^3} \left(1 + \frac{2l^2}{m^2 c^2 r^2}\right) \quad (8.14)$$

El primer sumando de la ecuación corresponde a la ecuación del movimiento en la métrica de Schwarzschild con una modificación relativista que explica satisfactoriamente la precesión del perihelio de Mercurio de 43 segundos de arco por siglo. Se trata de una aproximación al límite relativista.

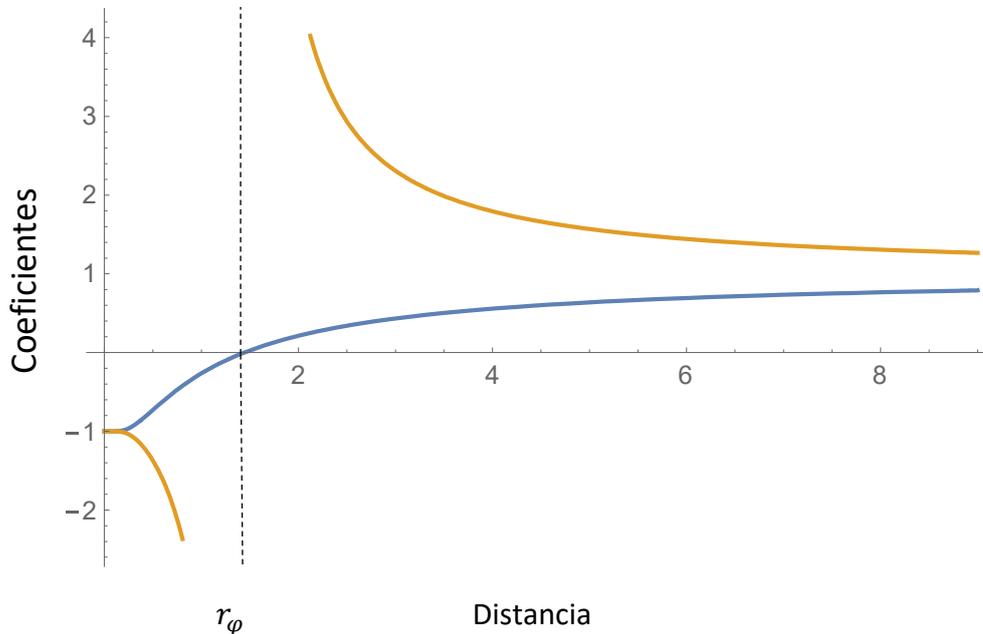
El segundo sumando corresponde a la modificación introducida por nosotros, equivalente aproximadamente a un desplazamiento en sentido contrario del perihelio por el orden de 10^{-8} segundos de arco por siglo, magnitud difícil de detectar, considerando que el efecto cuántico de las partículas virtuales de antimateria se pone de manifiesto de modo significativo a distancias muy cortas.

Con el descubrimiento de nuevos exoplanetas o cuerpos masivos girando alrededor de estrellas muy densas o agujeros negros, tal vez en el futuro puedan detectarse estos desplazamientos.

9. Agujeros negros.

Expandiendo el exponencial de la ecuación en la métrica de Schwarzschild modificada y despreciando los términos de la serie a partir del tercer término por tratarse de distancias relativamente grandes obtendremos la métrica de Schwarzschild en el límite relativista, como caso particular. Cuando $r \rightarrow \infty$ obtendremos la métrica de Minkowski, coincidiendo con la métrica de Schwarzschild y la modificada a una distancia situada en el infinito libre de un campo gravitatorio. Cuando $r \rightarrow 0$, obtenemos nuevamente una métrica de Minkowski, coincidiendo con la ausencia de campo gravitatorio en el centro del agujero negro, con los signos cambiados. La gráfica de la figura 19 muestra los coeficientes A en azul y B en rojo de la métrica de Schwarzschild modificada respecto a la distancia r para $GM/c^2 = 1$.

Figura 19. Gráfica de los coeficientes A y B en la métrica modificada de Schwarzschild



Cuando $A = 0$ obtendremos un nuevo radio r_φ para el horizonte de eventos, cuyo valor está dado por:

$$r_\varphi = \frac{GM}{c^2 \ln[2]} \tag{8.15}$$

magnitud menor que el radio de Schwarzschild para el horizonte de eventos dado por $r_s = 2GM/c^2$.

Al interior del horizonte de sucesos se invierten los coeficientes A y B , que representa una región de antimateria para un observador situado al exterior del horizonte. Esto nos llevó a la conclusión errónea de que los agujeros negros eran de antimateria [3,4]. Pero en realidad, se trata de una masa de materia que ejerce una atracción gravitatoria cuando $r \rightarrow 0$, lo que viene definido por la ecuación (5.19), que corresponde al potencial newtoniano modificado. Un agujero negro de antimateria daría lugar a una gráfica invertida de la figura 19.

A medida que una estrella masiva o conjunto de estrellas colapsa, o una partícula se aproxima a un agujero negro, su tiempo y su entropía, visto por un observador externo, se van ralentizando hasta detenerse en el horizonte de eventos. Se observa un corrimiento de la frecuencia de la luz hacia el rojo hasta volverse oscuro en el horizonte de sucesos. El colapso de la estrella o estrellas continúa inexorablemente de acuerdo a

la ecuación (5.21), cuya gráfica está representada en la figura 19. En el centro del agujero negro no existe campo gravitatorio, estamos ante una métrica de Minkowski donde el espacio tiempo no se ve afectado por la gravedad. Como en el caso de las partículas elementales, en ese punto se neutralizan todas las interacciones de las n – dimensiones y la curvatura espaciotemporal.

Un observador situado al interior del horizonte de eventos verá que el tiempo y la entropía de una partícula se ralentiza cuanto más cercana se encuentre al horizonte de eventos, hasta detenerse en el horizonte de sucesos. Asimismo, observará un desplazamiento de la frecuencia de la luz hacia el rojo hasta volverse oscuro en el horizonte de sucesos.

De la ecuación (6.13) se deduce el comportamiento de los relojes de dos observadores A y B situados a una distancia r_A y r_B del centro del agujero negro, al exterior del horizonte de eventos:

$$\left(\frac{\Delta\tau_A}{\Delta\tau_B}\right)^2 = \frac{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_B}} - 1}{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_A}} - 1} \quad (8.16)$$

$$r_A \geq r_B \geq r_\varphi$$

Para dos observadores C y D situados a una distancia r_C y r_D del centro del agujero negro, al interior del horizonte de eventos:

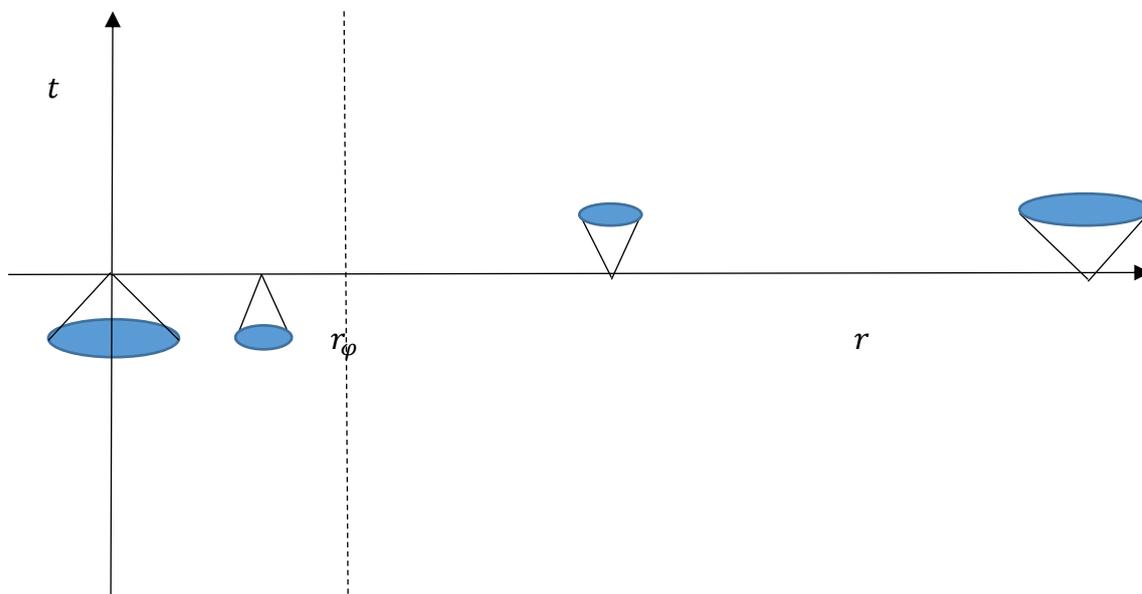
$$\left(\frac{\Delta\tau_C}{\Delta\tau_D}\right)^2 = \frac{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_D}} - 1}{2e^{-\frac{GM}{c^2 r_C}} - 1} \quad (8.17)$$

$$r_C \leq r_D \leq r_\varphi$$

Dos observadores que se encuentran uno en el interior del horizonte de sucesos y el otro en el exterior, no tienen información uno del otro.

La figura 20 representa los conos de luz según la métrica modificada de Schwarzschild.

Figura 20. Representación gráfica de los conos de luz en función de la distancia al centro del agujero negro.



CONCLUSIONES

La hipótesis de los subniveles fractales del vacío cuántico confinados en n – dimensiones, y la interacción de sus respectivas partículas virtuales de materia y antimateria, explicaría satisfactoriamente el comportamiento de las partículas reales elementales consideradas como partículas puntuales según el modelo estándar, sin recurrir al método de la renormalización.

Asimismo, las partículas virtuales afectarían la curvatura espaciotemporal eliminando la singularidad en el centro de los agujeros negros y los infinitos en la relatividad general.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_la_inversa_del_cuadrado
- [2] https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_Poisson
- [3] <http://dx.doi.org/10.21503/cyd.v22i2.1757>

[4] /JOC 26/ANTIMATTER BLACK HOLES VITA.pdf

- Alexandrov, A.d. Komologorov, A.n. Laurentiev, M.a. y otros. La matemática: su contenido, métodos y significado. Tomo. I, II y III. Alianza Editorial, S.A. Madrid, 1981.
- Álvarez Vita, Enrique. La belleza como guía de la ciencia. Revista Tradición, Año XI, N° 11, Universidad Ricardo Palma, URP. Lima, 2011.
- Álvarez Vita, Enrique. Universos de materia y antimateria. Revista Tradición, Año XIII, N° 13, Universidad Ricardo Palma. Lima, 2013.
- Álvarez Vita, Enrique. Un esbozo sobre la unificación de las fuerzas fundamentales de la naturaleza y sus implicaciones filosóficas. Revista Evohé, Año III, N° 3, Revista Villarrealina de Filosofía. Lima, 2014.
- Álvarez Vita, Enrique. Universos fractales de materia y antimateria y el neutrovacío. Revista Ciencia y Desarrollo, volumen 18, número 1, enero – junio 2015. Universidad Alas Peruanas. Lima, 2015.
- Álvarez Vita, Enrique. Apantallamiento gravitatorio y agujeros negros. Revista Ciencia y Desarrollo, volumen 18, número 2, julio – diciembre 2015. Universidad Alas Peruanas. Lima, 2015.

7. Álvarez Vita, Enrique. La gravedad modificada. Revista Tradición, Año XVI, N° 16, Universidad Ricardo Palma, URP. Lima, 2016.
8. Álvarez Vita, Enrique. Antimater black holes. Journal of Cosmology, Vol. 26, No. 22, pp 15153 – 15183, octubre 2019, USA 2019. Disponible en: /JOC 26/ANTIMATTER BLACK HOLES VITA.pdf
9. Calcina, Esly Abner. Agujeros negros. Informe de Tópicos de Investigación II, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, 2014.
10. Calcina, Esly Abner. Métrica con simetría radial. Lima, 2015.
11. De la Torre, Lorenzo. Elementos de relatividad. Editorial Universidad de Antioquia. Medellín, 2008.
12. Einstein, Albert. El significado de la relatividad. Espasa – Calpe. Madrid, 2008.
13. Feynman, Richard. QED: La teoría extraña de la luz y de la materia. Prensa de la Universidad de Princeton. Princeton, 1988.
14. Flores Quelopana, Gustavo. La teoría cosmológica del neutrovacío. Revista Tradición, Año XIV, N° 14, Universidad Ricardo Palma, URP. Lima, 2014.
15. Hawking, Stephen. Historia del tiempo. Editorial Grijalbo, S.A. Bogotá, 1989.